ACİL MATEMATİK

LOGARİTMA-DİZİLER

YUSUF SÖNMEZ - TUNCEL GÜLŞEN

2020

KONU ANLATIMLI
SORU FASİKÜLÜ

ÖZGÜN DÜŞÜNDÜREN İLHAM VEREN YOL GÖSTEREN

Çıkmış değil, çıkabilecek sorular..

ACİL YAYINLARI

Copyright ©
Bu kitabın her hakkı yayınevine aittir.

Hangi amaçla olursa olsun, bu kitabın tamamının ya da bir kısmının, kitabı yayınlayan ve yayınevinin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılması, yayınlanması ve depolanması yasaktır.

ISBN: 978-605-80549-6-7

Genel Yayın Koordinatörü
Tevfik GÖRGÜN

Yazarlar
Yusuf SÖNMEZ & Tuncel GÜLŞEN

Editörler
Koray ÖZTÜRK

Dizgi
Acil Yayınları Dizgi Birimi

Basım Yeri
Çağlayan A.Ş. Sarnıç yolu No:7 Gaziemir/İZMİR
Tel: 0232 274 22 15

ACİL YAYINLARI
Ostim Mahallesi 1207. Sokak 3 / C-D Ostim / Yenimahalle /ANKARA
Tel: (0312) 386 00 26 Fax: (0850) 302 20 90

ÖN SÖZ

Sevgili öğrencilerimiz,

Logaritma ve Diziler konusu 12. sınıfların ilk iki konusu olup AYT sınavında da önemli bir yere sahiptir. Fasikülümüzdeki Logaritma ve Diziler konusu müfredat çerçevesinde konu anlatımlı hazırlanmış olup yeni nesil sorularla ve günlük hayat uygulamalarıyla da desteklenmiştir. Logaritma ve Diziler fasikülümüzdeki testler konuların işleniş sırasına göre ve kolaydan zora doğru hazırlanmıştır.

Acil Yayınları kalitesiyle sizlerin beğeninize sunduğumuz bu fasikülün öğrencilerimize çok faydalı olacağına inancımız tamdır.

Bu fasikülün hazırlanmasında bizden desteğini esirgemeyen başta koordinatörümüz Tevfik GÖRGÜN hocamıza, ayrıca tashih aşamasında bizlere yardımcı olan Adnan ŞİMŞEK, Ayşe GENCER İPLİKÇİ, Beyza ATAYOĞLU, Coşkun TAŞCI, Derviş OKTAY, Dilara AYDEMİR, Erdinç TÜRKELİ, Fuat SES, Gülhanım MORKOÇ, Hilmi YILDIZ, İbrahim YILMAZ, Meltem GÖKÇE POLAT, Mithat ŞANLIER, Murat GÜZEL, Mustafa Gültekin GÜLER, Neval SÖNMEZ, Özgür KİRAZ, Özlem ÜSTEL, Şenay SÖNMEZ, Şevval SÖNMEZ, Yılmaz ÇALIK ve Ziya EKMEKÇİ hocalarımıza çok teşekkür ederiz.

Yusuf SÖNMEZ & Tuncel GÜLŞEN

LOGARİTMA

$$\log_a b = x \longleftrightarrow a^x = b$$

$$\log_a (b^x) = x \log_a b$$

$$\log_a (a^x) = x$$

$$\log_a \left(\sqrt[x]{b} \right) = \frac{\log_a b}{x}$$

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$c^{(\log_a b)} = b^{(\log_a c)}$$

$$a^{(\log_a b)} = b$$

YANINDA BULUNSUN

Bir sayının kendisi ile çarpımından üs kavramı oluşur. n tane x sayısını çarparsak

$$\underbrace{x\cdot x\cdot x\cdot \cdots \cdot x}_{n\text{ tane}} = x^n$$

üslü sayısı oluşur. Burada çarpılan x sayısına **"taban"**, kaç defa çarpıldığını gösteren **n** sayısına **"üs (kuvvet)"** denir.

3^5 sayısı "3 üssü 5" veya "3'ün 5. kuvveti" şeklinde okunur.

ÖRNEK

Aşağıda verilen çarpım halindeki ifadeleri üslü biçimde yazınız.

a) $\underbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot \cdots \cdot 2}_{9\text{ tane}} = ?$

b) $\underbrace{(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot \cdots \cdot(-3)}_{12\text{ tane}} = ?$

ÇÖZÜM

a) $\underbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot \cdots \cdot 2}_{9\text{ tane}} = 2^{9}$ → üs (kuvvet), taban

b) $\underbrace{(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot \cdots \cdot(-3)}_{12\text{ tane}} = (-3)^{12}$

ÖRNEK

Aşağıda verilen üslü ifadelerin açılımını yaparak sonucunu bulunuz.

a) $2^5 = ?$ b) $(\sqrt{3})^5 = ?$ c) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = ?$

ÇÖZÜM

a) $2^5 = 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2 = 32$

b) $(\sqrt{3})^5 = \sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$

c) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{27}$

YANINDA BULUNSUN

a ve b sıfırdan farklı birer reel sayı olmak üzere,

- $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

NOT

Negatif kuvvet, sayının tabanını **ters çevirir** veya pay ile paydanın **yer değiştirmesine** neden olur.

ÖRNEK

Aşağıda verilen üslü ifadeleri farklı şekillerde yazarak sonucu bulunuz.

a) 2^{-3} b) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$ c) $\frac{3}{2^{-2}}$

ÇÖZÜM

a) $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

b) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$

c) $\frac{3}{2^{-2}} = 3\cdot 2^2 = 3\cdot 4 = 12$

YANINDA BULUNSUN

a bir gerçek sayıdır.

- $a \neq 0$ olmak üzere, $a^0 = 1$
- $a = 0$ ise a^0 tanımsızdır.

ÖRNEK

Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $(-5)^0 + \left(\frac{2}{3}\right)^0 + \left(\sqrt{5} - \frac{1}{2} + 0{,}7\right)^0 = ?$

b) $(2 - \sqrt[3]{7})^0 = ?$

ÇÖZÜM

a) $(-5)^0 = 1,\ \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1,\ \left(\sqrt{5} - \frac{1}{2} + 0{,}7\right)^0 = 1$

$\Rightarrow 1 + 1 + 1 = 3$

b) $(2 - \sqrt[3]{7})^0 = 1$

YANINDA BULUNSUN

$a > 0$ ve $k \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,

- $(-a)^{2k+1} = -a^{2k+1}$
- $(-a)^{2k} = a^{2k}$

ÖRNEK

Aşağıda verilen üslü ifadeleri farklı bir şekilde ifade ediniz.

a) $(-2)^{23} = ?$ b) $\left(-\frac{7}{3}\right)^{-16} = ?$ c) $\left(-\frac{5}{9}\right)^{-23} = ?$

ÇÖZÜM

a) $(-2)^{23} = -2^{23}$

b) $\left(-\frac{7}{3}\right)^{-16} = \left(-\frac{3}{7}\right)^{16} = \left(\frac{3}{7}\right)^{16}$

c) $\left(-\frac{5}{9}\right)^{-23} = \left(-\frac{9}{5}\right)^{23} = -\left(\frac{9}{5}\right)^{23}$

ÖRNEK

Neval, arkadaşı Şevval'e kredi kartını ve kartının yanına bir not bırakıyor. Notta "Kartımın şifresi rakamları farklı dört basamaklı abde sayısıdır. a, b, d, e rakamlarını bulmak için aşağıdaki soruyu çözmen gerekiyor.

SORU : $-2, 0, 2, 3, 4, 5$ tam sayılarını birer kez kullanarak

- a^b, 4 basamaklı doğal sayı,
- c^d, negatif tam sayı,
- e^f, pozitif tam sayı

şartlarını sağlayan a, b, d, e rakamlarını bulabilirsin." yazıyor.

Buna göre, kartın şifresi kaçtır?

ÇÖZÜM

a^b 4 basamaklı ise,

$4^5 = 1024 \Rightarrow a = 4,\ b = 5$ $\{-2, 0, 2, 3, 4, 5\}$

c^d negatif ise,

$(-2)^3 = -8 \Rightarrow c = -2,\ d = 3$ $\{-2, 0, 2, 3, 4, 5\}$

e^f pozitif ise,

$2^0 = 1 \Rightarrow e = 2,\ f = 0$

abde = 4532 olur.

YANINDA BULUNSUN

- $b \neq 0$ olmak üzere, $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$
- $(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$

ÖRNEK

Aşağıda verilen üslü ifadeleri farklı bir şekilde ifade ediniz.

a) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2} = ?$ b) $2^x \cdot 3^x = ?$

ÇÖZÜM

a) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{3}\right)^{2} = \left(\frac{5}{3}\right)^{2} = \frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9}$

b) $2^x \cdot 3^x = (2 \cdot 3)^x = 6^x$

YANINDA BULUNSUN

- $a > 0$ olmak üzere

$(a^x)^y = (a^y)^x = a^{x \cdot y}$

ÖRNEK

a) $27^{\frac{1}{3}} = ?$ b) $8^x = ?$

ÇÖZÜM

a) $27^{\frac{1}{3}} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3^{3 \cdot \frac{1}{3}} = 3^1 = 3$

b) $8^x = (2^3)^x = 2^{3x}$

ÖRNEK

a ve b bir basamaklı doğal sayılar olmak üzere, Ulaş ile İrem sırasıyla 27^4 ve 64^5 tane plastik bardak alıyorlar.

Ulaş'ın aldığı bardak sayısı a^x, İrem'in aldığı bardak sayısı b^y olduğuna göre, a + b toplamının en büyük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$27^4 = (3^3)^4$

$= 3^{12}$

$= 3^{2 \cdot 6}$

$= 9^6 \Rightarrow 9^6 = a^x \Rightarrow a = 9$

$64^5 = (2^6)^5$

$= 2^{30}$

$= 2^{3 \cdot 10}$

$= 8^{10} \Rightarrow 8^{10} = b^y \Rightarrow b = 8$

$a + b = 8 + 9$

$= 17$

YANINDA BULUNSUN

Toplama – Çıkarma İşlemi

Toplama ve çıkarma işleminin yapılabilmesi için sayının taban ve üssünün aynı olması gerekir. Aynı değilse, ancak bunlar ortak paranteze alınarak işleme devam edilebilir.

$m \cdot a^x + n \cdot a^x - t \cdot a^x = (m + n - t) \cdot a^x$

ÖRNEK

$3 \cdot 7^3 + 5 \cdot 7^3 - 4 \cdot 7^3$

işleminin sonucunu en sade biçimde bulunuz.

ÇÖZÜM

$3 \cdot 7^3 + 5 \cdot 7^3 - 4 \cdot 7^3 = (3 + 5 - 4) \cdot 7^3$

$= 4 \cdot 7^3$

ÖRNEK

$5 \cdot 8^2 + 4 \cdot 4^3$

işleminin sonucunu en sade biçimde bulunuz.

ÇÖZÜM

$5 \cdot 8^2 + 4 \cdot 4^3 = 5 \cdot (2^3)^2 + 4 \cdot (2^2)^3$

$= 5 \cdot 2^6 + 4 \cdot 2^6$

$= 9 \cdot 2^6$

YANINDA BULUNSUN

Çarpma İşlemi

- Çarpma işleminde tabanlar aynı ise kuvvetler toplanır.

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

ÖRNEK

Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $(-3)^4 \cdot (-3)^{-6} = ?$

b) $4^2 \cdot 8^3 = ?$

c) $4 \cdot 2^7 + 8 \cdot 2^6 = ?$

ÇÖZÜM

a) $(-3)^4 \cdot (-3)^{-6} = (-3)^{4-6}$

$= (-3)^{-2}$

$= 3^{-2} = \frac{1}{9}$

b) $4^2 \cdot 8^3 = (2^2)^2 \cdot (2^3)^3$

$= 2^4 \cdot 2^9 = 2^{13}$

c) $4 \cdot 2^7 + 8 \cdot 2^6 = 2^2 \cdot 2^7 + 2^3 \cdot 2^6$

$= 2^9 + 2^9$

$= 2 \cdot 2^9 = 2^{10}$

YANINDA BULUNSUN

- Çarpma işleminde, tabanlar **farklı** fakat kuvvet **aynı** ise tabanlar çarpılarak ortak kuvvete taban olarak yazılır.

$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$

ÖRNEK

$5^6 \cdot 2^9$ çarpımı kaç basamaklı bir sayıdır?

ÇÖZÜM

$5^6 \cdot 2^9 = 5^6 \cdot 2^6 \cdot 2^3$

$= 10^6 \cdot 2^3$

$= 8 \cdot 10^6 \Rightarrow$ 7 basamaklı bir sayıdır.

ÖRNEK

Bir bilgisayarda 2^6 tane klasör ve her klasörde 3^6 tane dosya bulunmaktadır.

Buna göre, bu bilgisayarda toplam kaç dosya vardır?

ÇÖZÜM

$2^6 \cdot 3^6 = 6^6$ tane dosya vardır.

ÖRNEK

Üzerinde 64 yazan 15 tane top vardır. Aybike, 15 topun üzerindeki sayıların çarpımının N olduğunu söylüyor. Büşra ise N sayısını, a tane topun üzerine b yazıp tüm toplardaki sayıları çarparak bulabileceğini söylüyor.

Buna göre, kaç farklı a sayısı yazılabilir?

ÇÖZÜM

$N = 64^{15} = b^a \Rightarrow b^a = (2^6)^{15}$

$= 2^{90}$

a sayısı 90 sayısının pozitif bölen sayısı kadar değer alabilir.

$90 = 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^1$

$P.B.S = (1 + 1) \cdot (2 + 1) \cdot (1 + 1)$

$= 2 \cdot 3 \cdot 2$

$= 12$ olur.

a sayısı 12 farklı değer alabilir.

YANINDA BULUNSUN

Bölme İşlemi

- Bölme işleminde tabanlar aynı ise kuvvetler çıkarılır.

$a \neq 0$,

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} = \frac{1}{a^{y-x}}$$

ÖRNEK

Aşağıdaki bölme işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.

a) $\frac{8^5}{4^3} = ?$

b) $\frac{2^{x-3}}{2^{x-5}} = ?$

c) $\frac{4^{3x-2}}{8^{2x-1}} = ?$

d) $\frac{5^{x-y}}{5^{3-y}} = ?$

ÇÖZÜM

a) $\frac{8^5}{4^3} = \frac{2^{15}}{2^6} = 2^{15-6} = 2^9$

b) $\frac{2^{x-3}}{2^{x-5}} = 2^{x-3-x+5} = 2^2 = 4$

c) $\frac{4^{3x-2}}{8^{2x-1}} = \frac{2^{6x-4}}{2^{6x-3}} = 2^{6x-4-6x+3} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

d) $\frac{5^{x-y}}{5^{3-y}} = 5^{x-y-3+y} = 5^{x-3}$

YANINDA BULUNSUN

- Bölme işleminde tabanlar **farklı** fakat kuvvetler **aynı** ise tabanlar bölünerek ortak kuvvete taban olarak yazılır.

$b \neq 0$,

$$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

ÖRNEK

Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) $\frac{6^x}{2^x} = ?$

b) $\frac{24^x}{8^x} = 81$ **ise x değeri kaçtır?**

ÇÖZÜM

a) $\frac{6^x}{2^x} = \left(\frac{6}{2}\right)^x = 3^x$

b) $\frac{24^x}{8^x} = 81 \Rightarrow \left(\frac{24}{8}\right)^x = 81 \Rightarrow 3^x = 81 \Rightarrow x = 4$

ÖRNEK

Kalem toptancısı olan Halit, elindeki 15^7 adet kalemi her birinde 5^7 tane kalem bulunan kolilere dağıtıyor.

Buna göre Halit, bir koliyi 9^3 TL den satarsa kaç TL gelir elde eder?

ÇÖZÜM

$\frac{15^7}{5^7} = 3^7$ koli

$3^7 \cdot 9^3 = 3^7 \cdot (3^2)^3$

$= 3^7 \cdot 3^6$

$= 3^{13}$ TL gelir elde eder.

ÖRNEK

A, B, C rasyonel sayıları için

$A \uparrow B = A^B$, $A \downarrow B = A^{-B}$,

işlemleri tanımlanıyor.

Bu tanımlamaya göre,

$$(2 \uparrow 5) \uparrow (4 \downarrow 3) = \left[2 \uparrow (A \downarrow B)\right] \uparrow C$$

eşitliğini sağlayan A, B, C sayıları için 5A – B + C ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$(2 \uparrow 5) \uparrow (4 \downarrow 3) = \left[2 \uparrow (A \downarrow B)\right] \uparrow C$

$(2^5) \uparrow (4^{-3}) = \left[2 \uparrow (A^{-B})\right] \uparrow C$

$(2^5)^{(4^{-3})} = \left[2^{(A^{-B})}\right] \uparrow C$

$(2^{(4^{-3})})^5 = (2^{(A^{-B})})^C$

$A = 4,\ B = 3,\ C = 5 \Rightarrow 5A - B + C = 20 - 3 + 5 = 22$

$(2^{(8^{-2})})^5 = (2^{(A^{-B})})^C$

$A = 8,\ B = 2,\ C = 5 \Rightarrow 5A - B + C = 40 - 2 + 5 = 43$

$(2^{(2^{-6})})^5 = (2^{(A^{-B})})^C$

$A = 2,\ B = 6,\ C = 5 \Rightarrow 5A - B + C = 10 - 6 + 5 = 9$

En küçük değer 9 olur.

YANINDA BULUNSUN

$a^x = 1$ ise
- $a = 1$
- $a = -1$ ve x çift tam sayı
- $x = 0$ ve $a \neq 0$

ÖRNEK

$(x-3)^{(x-2)} = 1$

olduğuna göre, x'i sağlayan değerlerin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$(x-3)^{(x-2)} = 1$ ise

1) $x - 3 = 1 \Rightarrow x = 4$ ✓

2) $x - 3 = -1 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 2 - 2 = 0$ (Çift) ✓

3) $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$
$2 - 3 \neq 0$ ✓

Ç.K = {2, 4}

ÖRNEK

$(x-4)^{x^2-16} = 1$

olduğuna göre, x'i sağlayan değerlerin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$(x-4)^{(x^2-16)} = 1$ ise

1) $x - 4 = 1 \Rightarrow x = 5$ ✓

2) $x - 4 = -1 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow 3^2 - 16 = -7$ (Tek) ✗

3) $x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x = \pm 4 \Rightarrow$ $x = 4$ ve $x = -4$
$4 - 4 = 0$ ✗ $\quad -4 - 4 \neq 0$ ✓

Ç.K = {−4, 5}

ÖRNEK

Yusuf Öğretmen; öğrencileri Ayşe, Zeynep ve Zehra'yı tahtaya kaldırıp onlardan bir şeyler yazmalarını istiyor.

Ayşe tahtaya kalkıp $(x - 3)$ yazıp oturuyor. Zeynep ise Ayşe'nin yazdığı sayının $(x - 3)$. kuvvetini alıp oturuyor. Zehra ise Zeynep'in bulduğu sayının $(x + 3)$. kuvvetini alıp oturuyor.

Yusuf Öğretmen, Zehra'nın 1 bulduğunu söylüyor.

Buna göre, x tam sayılarının alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

$\left[(x-3)^{(x-3)}\right]^{(x+3)} = (x-3)^{(x^2-9)}$

1) $x - 3 = 1 \Rightarrow x = 4$ ✓

2) $x - 3 = -1 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 2^2 - 9 = -5$ (Tek) ✗

3) $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = \pm 3 \Rightarrow x = 3$
↓ Tabanı 0 yaptığı için olmaz ✗
$\Rightarrow x = -3$
↓
$-3 - 3 \neq 0$ ✓

Ç.K = {−3, 4}

Alabileceği değerler çarpımı = $(-3) \cdot 4 = -12$

YANINDA BULUNSUN

$x^a = y^b$
$x^c = y^d$
$\Big\} \dfrac{a}{c} = \dfrac{b}{d}$

ÖRNEK

$5^x = 49$
$7^y = 125$
$\Big\}$ **olduğuna göre, x · y çarpımı kaçtır?**

ÇÖZÜM

$5^x = 7^2$
$5^3 = 7^y$
$\Big\} \dfrac{x}{3} = \dfrac{2}{y} \Rightarrow x \cdot y = 6$

ÖRNEK

Özlem ve Fatma kitabevine gidip tanesi 1 TL olan kitaplardan almışlardır.

Özlem 3^y adet alıp 72 TL, Fatma 3^x adet alıp 108 TL ödeme yapmıştır.

Buna göre, 3x – 2y farkı kaçtır?

ÇÖZÜM

$3^y = 72 \Big\} 3^y = 3^2 \cdot 2^3$
$3^x = 108 \Big\} 3^x = 3^3 \cdot 2^2$

$\Rightarrow$ $3^{y-2} = 2^3$
$3^{x-3} = 2^2$
$\Big\} \dfrac{y-2}{x-3} = \dfrac{3}{2}$

$\Rightarrow 2y - 4 = 3x - 9$
$9 - 4 = 3x - 2y$
$3x - 2y = 5$

YANINDA BULUNSUN

Üslü denklemlerin çözülebilmesi için ya tabanların eşit olması ya da üslerin eşit olması gerekir.

- Tabanlar eşit ise kuvvetler eşittir.

$a \neq 0$ ve $|a| \neq 1$

$a^x = a^y \Rightarrow x = y$

ÖRNEK

a) $2^{x+3} = 32$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

b) $9^{x-1} = 27^{x-5}$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

a) $2^{x+3} = 32 \Rightarrow 2^{x+3} = 2^5$

$x + 3 = 5 \Rightarrow x = 2$

b) $9^{x-1} = 27^{x-5} \Rightarrow 3^{2x-2} = 3^{3x-15}$

$2x - 2 = 3x - 15 \Rightarrow x = 13$

ÖRNEK

$\underbrace{2^x + 2^x + \cdots + 2^x}_{64 \text{ tane}} = \underbrace{4^x \cdot 4^x \cdot 4^x \cdot \cdots \cdot 4^x}_{5 \text{ tane}}$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$64 \cdot 2^x = (4^x)^5$

$2^6 \cdot 2^x = 4^{5x}$

$2^{x+6} = 2^{10x}$

$x + 6 = 10x$

$9x = 6 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$

ÖRNEK

Belgin elindeki kağıdı önce 27 parçaya ayırıyor, sonra ayırdığı her parçayı tekrar 27 parçaya ayırıyor. Bu işlemi toplamda $|x - 1|$ defa tekrar ediyor.

Ecrin aynı boyuttaki başka bir kağıdı 9 parçaya ayırıyor, sonra ayırdığı her parçayı tekrar 9 parçaya ayırıyor. Bu işlemi toplamda 6 defa tekrar ediyor.

Belgin ve Ecrin'in bu parçalamalar sonunda buldukları parça sayıları eşit olduğuna göre, x'in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

$\underbrace{27 \cdot 27 \cdot 27 \cdot \cdots \cdot 27}_{|x-1| \text{ tane}} = 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$

$27^{|x-1|} = 9^6$

$3^{3|x-1|} = 3^{12}$

$3|x-1| = 12$

$|x-1| = 4 \Rightarrow x - 1 = 4$ veya $x - 1 = -4$

$x = 5$ $\quad$ $x = -3$

$5 \cdot (-3) = -15$

YANINDA BULUNSUN

- Tabanlar farklı olduğu halde, kuvvetler eşit ve tek sayı ise tabanlar eşittir.

$n \in \mathbb{Z}$

$a^{2n+1} = b^{2n+1} \Rightarrow a = b$

ÖRNEK

a) $(x - 7)^7 = (2x + 5)^7$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

b) $(2^x + 5)^{2k+1} = (4^x - 7)^{2k+1}$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır? $(k \in \mathbb{Z})$

ÇÖZÜM

a) $(x - 7)^7 = (2x + 5)^7 \Rightarrow x - 7 = 2x + 5$

$x = -12$

b) $(2^x + 5)^{2k+1} = (4^x - 7)^{2k+1} \Rightarrow 2^x + 5 = 4^x - 7$

$4^x - 2^x - 12 = 0$

$2^x \longrightarrow -4$

$2^x \longrightarrow 3$

$(2^x + 3)(2^x - 4) = 0$

$2^x + 3 = 0 \Rightarrow 2^x = -3 \Rightarrow \varnothing$ ✗

$2^x - 4 = 0 \Rightarrow 2^x = 2$

$x = 2$ ✓

YANINDA BULUNSUN

- Tabanlar farklı olduğu halde, kuvvetler eşit ve çift sayı ise tabanlar mutlak değerce eşittir.

$n \in \mathbb{Z}$

$a^{2n} = b^{2n} \Rightarrow |a| = |b|$

ÖRNEK

$(x-2)^{14} = (2x+1)^{14}$ eşitliğini sağlayan x değerlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$(x-2)^{14} = (2x+1)^{14} \Rightarrow |x-2| = |2x+1|$

$x-2 = 2x+1$ $\qquad$ $x-2 = -2x-1$

$x = -3$ $\qquad$ $x = \frac{1}{3}$

Ç.K $= \{-3, \frac{1}{3}\}$

ÖRNEK

$(x-3)^4 = 2^8$ eşitliğini sağlayan x değerlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$(x-3)^4 = 2^8 \Rightarrow (x-3)^4 = 4^4$

$|x-3| = 4$

$x-3 = 4$ $\qquad$ $x-3 = -4$

$x = 7$ $\qquad$ $x = -1$

Ç.K $= \{-1, 7\}$

ÖRNEK

$(x-2)^4 = (2x-5)^8$

denklemini sağlayan x doğal sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

$(x-2)^4 = (2x-5)^8$

$(x-2)^4 = \left((2x-5)^2\right)^4$

$|x-2| = |4x^2-20x+25|$

$4x^2-20x+25 = x-2$ $\qquad$ $4x^2-20x+25 = -x+2$

$4x^2-21x+27 = 0$ $\qquad$ $4x^2-19x+23 = 0$

$\Delta < 0$

$\varnothing$ ✗

$4x \rightarrow -9$, $x \rightarrow -3$

$(4x-9)(x-3) = 0$

$4x-9 = 0 \Rightarrow x = \frac{9}{4} \Rightarrow x \notin \mathbb{N}$ ✗

$x-3 = 0 \Rightarrow x = 3$ ✓

A kutusunda $(4x^2+12x+9)^5$ tane bilye, B kutusunda $(x-6)^{10}$ tane bilye vardır.

A ve B kutularında eşit sayıda bilye olduğuna göre, x'in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

$(4x^2+12x+9)^5 = (x-6)^{10}$

$\left((2x+3)^2\right)^5 = (x-6)^{10}$

$(2x+3)^{10} = (x-6)^{10}$

$|2x+3| = |x-6|$

$2x+3 = x-6$ $\qquad$ $2x+3 = -x+6$

$x = -9$ $\qquad$ $3x = 3 \Rightarrow x = 1$

$-9 \cdot 1 = -9$

YANINDA BULUNSUN

Üslü eşitsizliklerde tabana bakılır. Eğer taban **bileşik kesir** ise üs için eşitsizlik **aynen yazılır**, eğer taban **basit kesir** ise üs için eşitsizlik **yön değiştirilerek yazılır**.

$$a^x < a^y = \begin{cases} x < y, & a > 1 \\ x > y, & 0 < a < 1 \end{cases}$$

ÖRNEK

$2^{x-3} < 8$

eşitsizliği veriliyor.

Buna göre, x'in en büyük tam sayı değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$2^{x-3} < 8 \Rightarrow 2^{x-3} < 2^3$

$x-3 < 3$

$x < 6$

x'in en büyük tam sayı değeri $x = 5$ tir.

ÖRNEK

$2^{x-2} < 2^{3-x}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2-x} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-4}$

eşitsizliklerinin her ikisini de sağlayan, x doğal sayısı için 5^{x-3} değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$2^{x-2} < 2^{3-x} \Rightarrow x-2 < 3-x$

$2x < 5$

$x < \frac{5}{2}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2-x} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-4} \Rightarrow -2-x < x-4$

$2 < 2x$

$1 < x$

$1 < x < \frac{5}{2} \Rightarrow x = 2$ olur.

$5^{x-3} = 5^{2-3} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$ dir.

ÖRNEK

a pozitif bir gerçek sayıdır.

$a^{x-4} < a^{6-x}$

eşitsizliğini sağlayan x'in en küçük tam sayı değeri 6'dır.

Buna göre, a'nın değer aralığını bulunuz.

ÇÖZÜM

a > 1 olsaydı $\Rightarrow x-4 < 6-x$

$2x < 10$

$x < 5 \Rightarrow$ ✗

$0 < a < 1$ olsaydı $\Rightarrow x-4 > 6-x$

$2x > 10$

$x > 5 \Rightarrow$ ✓

Öyle ise a'nın değer aralığı: $0 < a < 1$ yani $(0, 1)$ olur

ÖRNEK

Neval, Şahize ve Tuğba'nın boy uzunlukları söyledikleri sayılarla ters orantılıdır.

Şahize 2^{30} sayısını, Neval 3^{20} sayısını ve Tuğba da 5^{12} sayısını söylemiştir.

Buna göre; Neval, Şahize ve Tuğba'nın boylarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

ÇÖZÜM

Önce söylenen sayıları sıralayalım.

Söylenen üç sayının da tabanı ya da kuvveti eşitlenemediğinden, sayıları ikişerli karşılaştırılarak sıralama yapacağız.

$2^{30} = 2^{3\cdot 10} = (2^3)^{10} = 8^{10}$

$3^{20} = 3^{2\cdot 10} = (3^2)^{10} = 9^{10}$ $\Big\} 2^{30} < 3^{20}$

$2^{30} = 2^{5\cdot 6} = (2^5)^6 = 32^6$

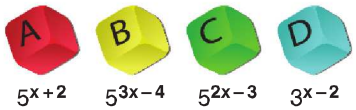
$5^{12} = 5^{2\cdot 6} = (5^2)^6 = 25^6$ $\Big\} 5^{12} < 2^{30}$

$\Rightarrow 5^{12} < 2^{30} < 3^{20}$ boy sırası ters orantılı ise,

Neval < Şahize < Tuğba

şeklinde sıralanır.

ÖRNEK



Yukarıda A, B, C, D maddeleri ve maddelerin ağırlıkları verilmiştir. C maddesi A'dan hafif, A maddesi de B'den hafiftir.

Buna göre, D maddesinin ağırlığı hangi aralıkta değer alır?

ÇÖZÜM

$5^{2x-3} < 5^{x+2} < 5^{3x-4} \Rightarrow 2x-3 < x+2 < 3x-4$

(C) (A) (B)

$2x-3 < x+2$ ve $x+2 < 3x-4$

$x < 5$ ve $6 < 2x$

$3 < x$

$3 < x < 5$

$1 < x-2 < 3$

$3^1 < 3^{x-2} < 3^3 \Rightarrow 3 < 3^{x-2} < 27$

$(3, 27)$ değer aralığındadır.

1. **y negatif bir reel sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi negatif olur?**

A) $(-y)^3$ B) $-2y^3$ C) $-y^{-5}$ D) $(-y)^{-6}$ E) $-y^{-6}$

2. $2^x = 3$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $6^{\frac{2}{x+1}}$ **ifadesinin sonucu kaçtır?**

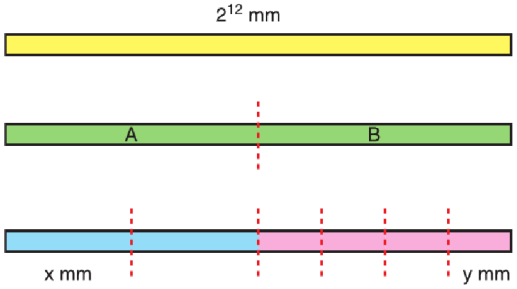
A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 36

3. $\dfrac{6 + 5^9 + 5^8}{5 + 5^9} - \dfrac{1}{5}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -1 B) $\frac{5}{6}$ C) 1 D) $\frac{6}{5}$ E) 6

4. Şekilde gösterilen çıta önce iki eş parçaya bölünüyor. Sonra A parçası iki eş parçaya, B parçası dört eş parçaya bölünüyor.



Buna göre, $\dfrac{x+y}{6}$ **işleminin sonucu kaçtır?**

A) 2^9 B) $3 \cdot 2^8$ C) 2^8 D) $3 \cdot 2^7$ E) 2^7

5. 7^{a-b} ile 7^{b-a} sayılarının birer fazlası bulunup çarpma işlemine göre tersleriyle toplandığında A sayısı bulunmuştur.

Buna göre, A sayısı kaçtır?

A) 8 B) 7 C) 5 D) 3 E) 1

AÇIL MATEMATİK

6. $k = 7^{-n+1}$

$m = 7^{n+2} - 5$

olduğuna göre, k'nin m cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{7^3}{m+5}$ B) $\frac{7^2}{m+5}$ C) $\frac{m+5}{7m}$

D) $7m + 5$ E) $7m + 35$

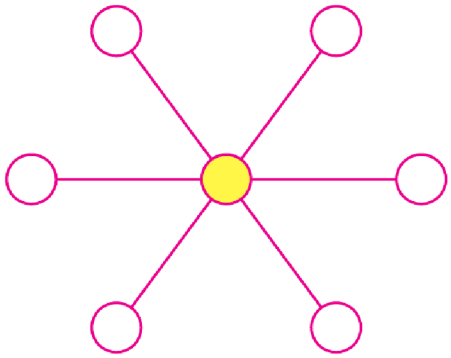
7. İki satırlı bir tablonun ilk satırına 2'nin ardışık kuvvetleri soldan sağa doğru, ikinci satırına 4'ün ardışık kuvvetleri sağdan sola doğru aşağıdaki gibi yazılmıştır.

2^1	2^2	2^3	...	2^{19}	2^{20}
4^{20}	4^{19}	4^{18}	...	4^2	4^1

Buna göre, soldan kaçıncı sütunda eşit iki sayı olur?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

8. $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7$ sayılarından her biri aşağıdaki dairelerin içine yazılacaktır.



Aynı doğru üzerinde bulunan üç tane dairenin içine yazılan sayıların çarpımı birbirine eşittir. Sarıya boyalı dairenin içine yazılabilecek sayıların çarpımı A'dır.

Buna göre, $5^6 \cdot A$ çarpımının sonucu kaç basamaklıdır?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

9. Şevval'in $\frac{200}{10^{2-x}}$ TL, Şenay'ın $(2^{x+1} \cdot 5^x + 3^x)$ TL parası vardır. Şevval'in parasının 3 TL fazlası, Şenay'ın parasının 6 TL eksiğine eşittir.

Buna göre, x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. A, B ve C maddelerinin gramı 1 TL'dir. Neval, A maddesinden $8^{\frac{a+1}{b}}$ gram alıp 25 TL, B maddesinden $5^{\frac{2b}{a}}$ gram alıp 4 TL ödeme yapıyor.

Buna göre, Neval C maddesinden $a + 25^{-b}$ gram alırsa kaç TL öder?
(a ve b sıfırdan farklı gerçek sayılardır.)

A) 67 B) 64 C) 61 D) 50 E) 25

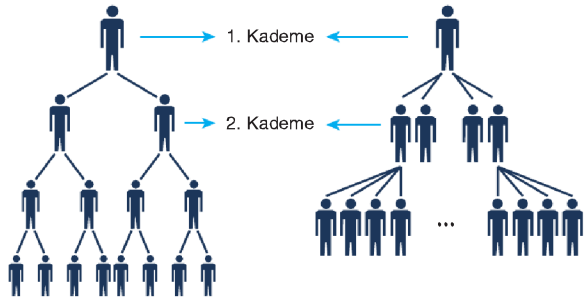
11. Özgür Öğretmen; öğrencileri Burak, Fatma ve Şenol'dan birer üslü sayı yazmalarını istiyor.

Burak 2^x, Fatma 3^y ve Şenol da 5^z üslü sayılarını yazıyor. Özgür Öğretmen, öğrencilerin yazdığı sayıların birbirine eşit ve 30 olduğunu söylüyor.

Buna göre, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$ toplamı kaçtır?

A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 5 E) 8

12. Aşağıda, iki ayrı şirketteki hiyerarşi şeması verilmiştir.



I. Şirket II. Şirket

I. Şirkete ait şemada her bir kişiye iki kişi doğrudan,
II. Şirkete ait şemada ise her bir kişiye doğrudan dört kişi bağlı olarak çalışmaktadır.

Örneğin; I. Şirketteki 2. Kademede bulunan iki kişi 1. Kademedeki kişiye doğrudan bağlı olarak çalışmaktadır.

Buna göre, II. Şirketin 6. kademesindeki kişi sayısı I. Şirketin 10. kademesindeki kişi sayısından kaç fazladır?

A) 2^{10} B) 2^9 C) 2^8 D) 2^7 E) 2^6

13. $3^x = 5^y$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $27^{\frac{x}{3y}} + 25^{\frac{y}{x}}$ toplamının sonucu kaçtır?

A) 52 B) 28 C) 15 D) 14 E) 8

1. E	2. C	3. C	4. C	5. E	6. A	7. D
8. D	9. B	10. C	11. C	12. B	13. D	

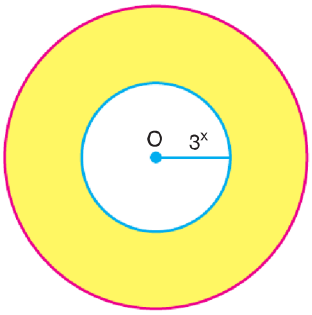
1. a ve b iki basamaklı doğal sayılar olmak üzere,

$64^a = a^b$

eşitliğini sağlayan <u>en küçük</u> b sayısının rakamları çarpımı kaçtır?

A) 3 B) 5 C) 8 D) 12 E) 16

2. Aşağıda, O merkezli iç içe iki daire verilmiştir.



İçteki dairenin yarıçapı 3^x br ve dıştaki dairenin yarıçapı içteki dairenin yarıçapının 3 katıdır.

Taralı alan 216π br^2 olduğuna göre, x kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

3. Aşağıdaki tabloda, aynı miktardaki et türleri ve bunların pişme süreleri dakika cinsinden verilmiştir.

Et Türü	Pişme Süresi (dk)
Kırmızı Et	4^{x+1}
Pembe Et	2^{x+3}
Beyaz Et	8^x

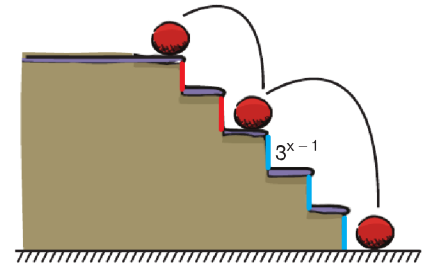
Bu üç et türünde kırmızı etin pişme süresinin en çok ve beyaz etin pişme süresinin en az olduğu bilinmektedir.

Buna göre, x hangi aralıkta olmalıdır?

A) $\left(0, \frac{3}{2}\right)$ B) $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ C) $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

D) $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ E) (2, 3)

4. Aşağıda bir merdiven ve merdivenin en üstüne konulmuş bir top verilmiştir. Şekildeki aynı renk uzunluklar birbirine eşittir.



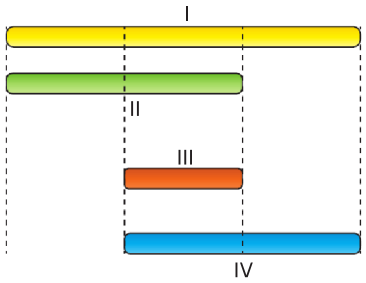
Top aşağı doğru bırakıldığında önce 2 basamak aşağı çarpıp daha sonra zıplayıp 3 basamak daha aşağı inip zemine ulaşmıştır.

Mavi renkli uzunlukların her biri 3^{x-1} birim ve topun bırakıldığı yükseklik 3^{x+2} birimdir.

Buna göre, mavi renkli bir uzunluk kırmızı renkli bir uzunluğun kaç katıdır?

A) $\frac{1}{18}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

5. Aşağıda I, II, III ve IV numaralı birbirine paralel çubuklar gösterilmiştir.



II ve IV numaralı çubukların uzunlukları toplamı, $\frac{5}{1+2^x}+\frac{5}{1+2^{-x}}$ birim ve III numaralı çubuğun uzunluğu 2 birimdir.

Buna göre, I numaralı çubuğun uzunluğu kaç birimdir?

A) 5 B) 4 C) 3 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

6. Bir maddenin ya da cismin kabı veya ambalajı ile birlikte tartıldıklarında ölçülen değere **"Brüt Ağırlık"** denir.

Buna göre, şekildeki kolinin içinde bulunan cismin ağırlığı 3^x olduğuna göre, x'in alabileceği en büyük doğal sayı değeri kaçtır?

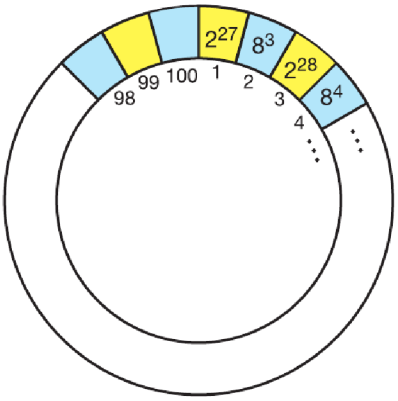
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7. Zeynep'in çözmesi gereken soru sayısı 4^x, Cansu'nun çözmesi gereken soru sayısı 8^{3-x} tanedir.

Zeynep'in çözmesi gereken soru sayısı Cansu'dan az olduğuna göre, x in alabileceği kaç farklı doğal sayı değeri vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. Aşağıdaki şekilde bir halka yüz dilime ayrılmış ve bu dilimler saat yönünde 1, 2, 3, ..., 100 olarak adlandırılmıştır. 1, 3, 5, ..., 99 numaralı dilimlere, üsleri birer birer artacak biçimde sırasıyla 2^{27}, 2^{28}, 2^{29}, ... üslü sayıları ve 2, 4, 6, ..., 100 numaralı dilimlere, üsleri birer birer artacak biçimde sırasıyla 8^3, 8^4, 8^5, ... üslü sayıları yazılacaktır.



Üslü sayı yazma işlemi tamamlandığında, çift numaralı bir dilime yazılan sayı, komşu iki dilime yazılan sayıların çarpımına eşit olmuştur.

Bu üç sayıdan en küçük olanı 2^k olduğuna göre, k'nin rakamları toplamı kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

1. C	2. C	3. D	4. B	5. C	6. A	7. B	8. B

YANINDA BULUNSUN

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ ve $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$,

$f(x) = a^x$

şeklindeki bire bir ve örten olan fonksiyonlara **"üstel fonksiyon"** denir.

Bilgi: Üstel fonksiyonlar nüfus büyümesi, bileşik faiz, yatırım büyümesi ve benzeri gerçek hayat modellemelerinde kullanılır.

NOT

- $a = 1$ olursa $f(x) = 1$ olur, böyle olunca f fonksiyonu bire bir ve örten olmadığından, tersi alınamaz.
- $a < 0$ olursa a^x fonksiyonu her zaman tanımlı olmaz. $(-3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-3}$ gibi.

YANINDA BULUNSUN

✓ 2^{x-1}, $\sqrt{3}^{x+5}$, $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3}$, $\pi^{\frac{x}{2}}$

fonksiyonları üstel fonksiyondur.

✗ $(-2)^{x-9}$, 1^{x+7}, $\left(-\frac{2}{3}\right)^{2x+7}$, 3^{x^2+3}

fonksiyonları üstel fonksiyon değildir.

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$,

$f(x) = (k-2)^{3x-7}$

fonksiyonu üstel fonksiyon ise, k'nin değer aralığını bulunuz.

ÇÖZÜM

$f(x) = (k-2)^{3x-7}$ üstel fonksiyon ise

$k - 2 > 0$ ve

$k - 2 \neq 1$ olmalıdır.

$\Rightarrow k > 2$ ve $k \neq 3$

$\Rightarrow k \in (2, \infty) - \{3\}$ olur.

ÖRNEK

$f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$f(x) = (2k-10)^{3x-5}$

$g(x) = \left(5 - \frac{k}{2}\right)^{\frac{x}{2}-3}$

fonksiyonları üstel fonksiyon ise, k'nin alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$f(x)$ üstel fonksiyon ise

$2k - 10 > 0$ ve $2k - 10 \neq 1$

$g(x)$ üstel fonksiyon ise

$5 - \frac{k}{2} > 0$ ve $5 - \frac{k}{2} \neq 1$ olmalıdır.

$2k - 10 > 0 \Rightarrow k > 5$

$2k - 10 \neq 1 \Rightarrow k \neq \frac{11}{2}$

$5 - \frac{k}{2} > 0 \Rightarrow 10 > k$

$5 - \frac{k}{2} \neq 1 \Rightarrow k \neq 8$

$5 < k < 10$, $k \neq \frac{11}{2}$ ve $k \neq 8$

k'nin alabileceği tam sayı değerleri 6, 7 ve 9 olur.

$6 + 7 + 9 = 22$

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$,

$f(x) = 3^{x-2}$

olduğuna göre, f(2) + f(5) toplamının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

$f(2) = 3^{2-2} = 3^0 = 1$

$f(5) = 3^{5-2} = 3^3 = 27$

$f(2) + f(5) = 1 + 27 = 28$

ÖRNEK

f, g: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$,
$f(x) = 32^{x-3}$
$g(x) = 8^{2-x}$

olduğuna göre, $f(7) \cdot g(3)$ çarpımının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

$f(7) = 32^{7-3}$
$= 32^4$
$= (2^5)^4$
$= 2^{20}$

$g(3) = 8^{2-3}$
$= 8^{-1}$
$= (2^3)^{-1}$
$= 2^{-3}$

$f(7) \cdot g(3) = 2^{20} \cdot 2^{-3}$
$= 2^{17}$

ÖRNEK

I. $f(x) = \left(\frac{k}{2} - 2\right)^{-2x+5}$ üstel fonksiyondur.

II. $g(x) = (7-k)^{x-2}$ üstel fonksiyondur.

III. Fuat Acil Yayınları'ndan k tane kitap almıştır.

Yukarıdaki verilen 3 bilgi de doğru olduğuna göre, k değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

f(x) üstel fonksiyon ise

$\frac{k}{2} - 2 > 0$ ve $\frac{k}{2} - 2 \neq 1$

g(x) üstel fonksiyon ise

$7 - k > 0$ ve $7 - k \neq 1$ olmalıdır.

$\frac{k}{2} - 2 > 0 \Rightarrow k > 4$
$\frac{k}{2} - 2 \neq 1 \Rightarrow k \neq 6$
$7 - k > 0 \Rightarrow 7 > k$
$7 - k \neq 1 \Rightarrow k \neq 6$

$\Rightarrow 4 < k < 7$ ve $k \neq 6$

III. bilgiye göre $k \in \mathbb{N}^+$ olmalıdır.

Buna göre, k = 5 olur.

YANINDA BULUNSUN

f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$, $f(x) = a^x$ üstel bir fonksiyonda,

- a > 1 ise fonksiyon artandır. (Taban bileşik kesir)
- 0 < a < 1 ise fonksiyon azalandır. (Taban basit kesir)

NOT

- $f(x) = a^x$ artan fonksiyon ise $-f(x)$, $f(-x)$, $\frac{1}{f(x)}$ fonksiyonları azalandır.
- $f(x) = a^x$ azalan fonksiyon ise $-f(x)$, $f(-x)$, $\frac{1}{f(x)}$ fonksiyonları artandır.

ÖRNEK

- $f_1(x) = 2^{x+3}$
- $f_2(x) = 2^{5-2x}$
- $f_3(x) = \pi^{5-x}$
- $f_4(x) = 4^{\frac{3x-1}{2}} + 6$
- $f_5(x) = 27^{\frac{5-2x}{3}}$
- $f_6(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x}$
- $f_7(x) = (\sqrt{3})^{2x+1}$

Yukarıdaki fonksiyonların artanlık veya azalanlık durumlarını inceleyiniz.

ÇÖZÜM

- $f_1(x) = 2^{x+3} \Rightarrow 2 > 1 \Rightarrow$ Artan
- $f_2(x) = 2^{5-2x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-5} \Rightarrow 0 < \frac{1}{2} < 1 \Rightarrow$ Azalan
- $f_3(x) = \pi^{5-x} = \left(\frac{1}{\pi}\right)^{x-5} \Rightarrow 0 < \frac{1}{\pi} < 1 \Rightarrow$ Azalan
- $f_4(x) = 4^{\frac{3x-1}{2}} + 6 \Rightarrow 4 > 1 \Rightarrow$ Artan
- $f_5(x) = 27^{\frac{5-2x}{3}} = \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{2x-5}{3}} \Rightarrow 0 < \frac{1}{27} < 1 \Rightarrow$ Azalan
- $f_6(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} = 3^{x-2} \Rightarrow 3 > 1 \Rightarrow$ Artan
- $f_7(x) = (\sqrt{3})^{2x+1} \Rightarrow \sqrt{3} > 1 \Rightarrow$ Artan

NOT

Üstel fonksiyonun artan mı, azalan mı olduğunu anlamak için, kuvvetteki **x'in işaretinin** mutlaka **pozitif** olması gerekir. x'in işareti pozitif olduğunda tabanın durumuna bakılır.

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$,

$f(x) = (2m-3)^{5x-2} + 3$

f üstel fonksiyonu artan olduğuna göre, m'nin alabileceği en geniş değer aralığı nedir?

ÇÖZÜM

$2m - 3 > 1$ olmalı

$2m > 4$

$m > 2 \Rightarrow m \in (2, \infty)$

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$,

$f(x) = \left(\frac{m-3}{5-m}\right)^{6-2x}$

f üstel fonksiyonu azalan bir fonksiyondur.

Buna göre, 2m – 3 doğal sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

$f(x) = \left(\frac{m-3}{5-m}\right)^{6-2x} = \left(\frac{5-m}{m-3}\right)^{2x-6}$ azalan ise

$0 < \frac{5-m}{m-3} < 1 \Rightarrow \frac{5-m}{m-3} > 0$ ve $\frac{5-m}{m-3} < 1$ (1)

$\frac{5-m}{m-3} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{5-m-m+3}{m-3} < 0 \Rightarrow \frac{8-2m}{m-3} < 0$ (2)

(1) ve (2) den kökleri bulursak

$m = 5$, $m = 3$, $m = 4$ olur.

	3	4	5	
1	– ∅ +	+	∅ –	
2	– ∅ +	∅ –		–

$4 < m < 5 \Rightarrow 8 < 2m < 10 \Rightarrow 5 < 2m - 3 < 7$

$2m - 3 = 6$

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$,

$f(x) = a \cdot 3^{bx-5} - 2$

f üstel fonksiyonu azalan bir fonksiyondur.

Buna göre, a ve b gerçek sayılarıyla ilgili olarak;

I. $a + b > 0$

II. $a - b > 0$

III. $a + b < 0$

IV. $a \cdot b < 0$

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

ÇÖZÜM

f üstel fonksiyonu azalan olduğuna göre,

i) $a > 0$ ise $b < 0$

ii) $a < 0$ ise $b > 0$

} olmalıdır.

Buna göre, sadece $a \cdot b < 0$ her zaman doğru olacağından cevap yalnız IV olur.

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$,

$f(x) = -3b \cdot 5^{(a-3)x} + 7$

f üstel fonksiyonu artan fonksiyondur.

Buna göre, a ve b gerçek sayılarıyla ilgili olarak;

I. $a - b = 3$ olabilir.

II. $a - b = 2$ olabilir.

III. Daima $a \cdot b < 0$ olur.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

ÇÖZÜM

i) $b > 0$ ise $a - 3 < 0$

$-b < 0$ ve $a < 3 \Rightarrow a - b < 3$

ii) $b < 0$ ise $a - 3 > 0$

$-b > 0$ ve $a > 3 \Rightarrow a - b > 3$

Bu iki bilgiye göre,

I. $a - b = 3$ olamaz.
Her iki durumda da bu mümkün değildir.

II. $a - b = 2$ olabilir.
1. duruma göre $a - b < 3$ ise $a - b = 2$ olabilir.

III. Daima $a \cdot b < 0$ olmaz.
1. duruma göre, $b > 0$ ve $a < 3$ ise $b = 1$, $a = 2$ olsa $a \cdot b = 2 > 0$ olur.

Yalnız II doğrudur.

YANINDA BULUNSUN

$f(x) = a^x$ üstel fonksiyonunun grafiği çizilirken;

1) $a > 1$ ise grafik artan,

2) $0 < a < 1$ ise grafik azalan olur.

Değer verilerek grafiğin geçtiği noktalar belirlenir.

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$,

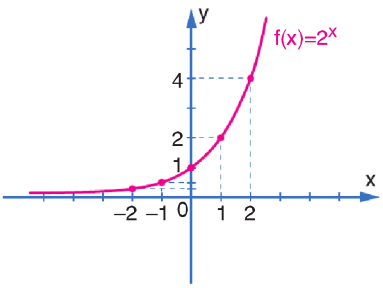
$f(x) = 2^x$ **fonksiyonunun grafiğini çiziniz.**

ÇÖZÜM

$2 > 1$ olduğu için artandır.

x	$-\infty$	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	$\cdots$	∞
2^x	0		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4		∞

bulduğumuz bu noktaları analitik düzlemde gösterirsek,



ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$,

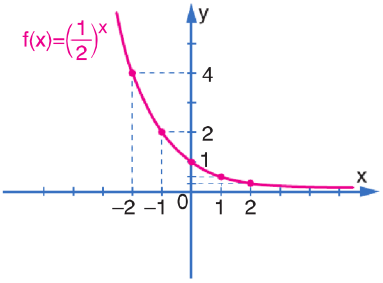
$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ **fonksiyonunun grafiğini çiziniz.**

ÇÖZÜM

$0 < \frac{1}{2} < 1$ olduğu için azalandır.

x	$-\infty$	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	$\cdots$	∞
f(x)	0		4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$		∞

bulduğumuz bu noktaları analitik düzlemde gösterirsek,



ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$,

$f(x) = 2^{x+1} + 1$

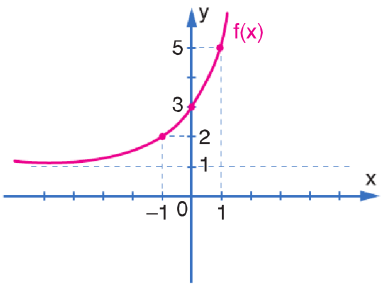
fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

$2 > 1$ olduğu için artandır.

x	$-\infty$	$\cdots$	-1	0	1	$\cdots$	∞
f(x)	1		2	3	5		∞

bulduğumuz bu noktaları analitik düzlemde gösterirsek,



ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$,

$f(x) = 3^{-x} + 2$

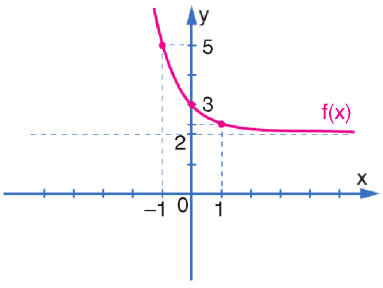
fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

$0 < \frac{1}{3} < 1$ olduğu için azalandır.

x	$-\infty$	$\cdots$	-1	0	1	$\cdots$	∞
f(x)	∞		5	3	$\frac{7}{3}$		2

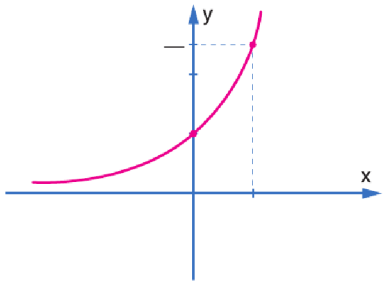
bulduğumuz bu noktaları analitik düzlemde gösterirsek,



ACİL MATEMATİK

ÖRNEK

a bir doğal sayı olmak üzere, aşağıda $f(x) = \frac{a^x}{2}$ + k fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, p'nin alabileceği doğal sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$f(0) = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} + k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$

$f(1) = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{a^p}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{a^p}{2} = 2$

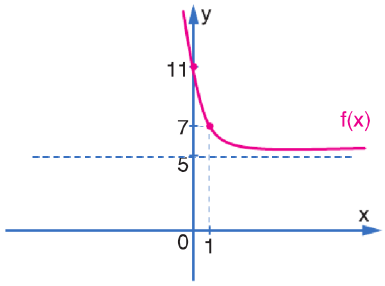
$a^p = 4 \Rightarrow 4^1 = 4,\ 2^2 = 4$

$p = 1$ veya $p = 2$ olabilir.

$1 + 2 = 3$

ÖRNEK

Aşağıda, $f(x) = a \cdot 3^{1-x} + b$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, b – a farkı kaçtır?

ÇÖZÜM

$f(0) = 11 \Rightarrow 3a + b = 11$

$f(1) = 7 \Rightarrow a + b = 7$

$$\begin{array}{r} 3a + b = 11 \\ -a - b = -7 \\ \hline 2a = 4 \end{array}$$

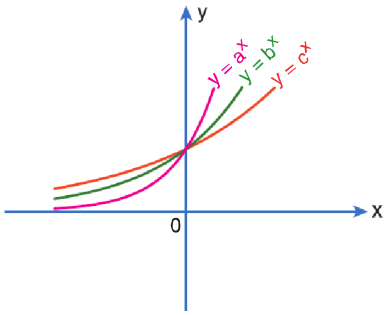
$a = 2 \Rightarrow b = 5$

$b - a = 5 - 2 = 3$

NOT

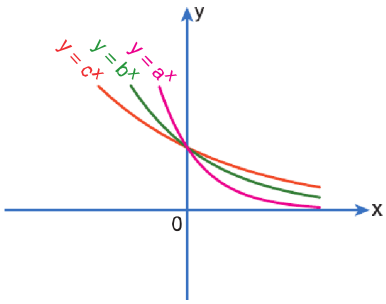
1) $a > 1$ olduğunda a^x fonksiyonunda a büyüdükçe fonksiyonun grafiği eksenlere yaklaşır.

$a > b > c$

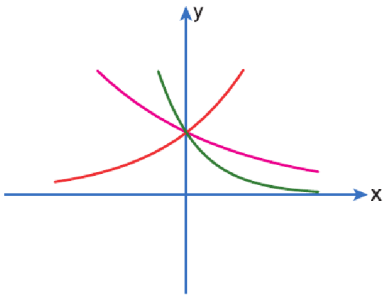


2) $0 < a < 1$ olduğunda a^x fonksiyonunda a küçüldükçe fonksiyonun grafiği eksenlere yaklaşır.

$a < b < c$



ÖRNEK



Yukarıda verilen üstel fonksiyonların grafiklerine göre, a, b ve c sayılarını sıralayınız.

ÇÖZÜM

$a > 1$ (a^x artan)

$0 < b < 1$ (b^x azalan)

$0 < c < 1$ (c^x azalan)

b^x eksenlere daha yakın olduğundan $b < c$ olur.

$b < c < a$

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$,

$f(x) = 2 \cdot 3^{x-1} + 1$

fonksiyonu için,

a) Artan ve azalanlık durumunu,

b) Bire bir ve örtenlik durumunu,

c) Değer kümesini,

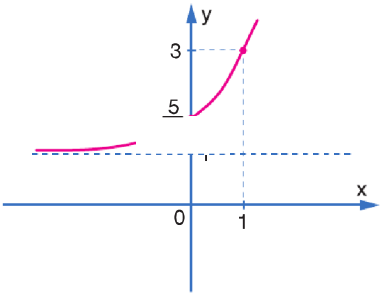
grafik çizerek yorumlayınız.

ÇÖZÜM

f(x) fonksiyonunun grafiğini çizersek,

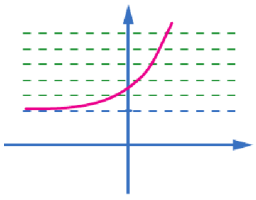
3 > 1 olduğu için artandır.

x	$-\infty$	⋯	-2	-1	0	1	2	⋯	∞
f(x)	1		$\frac{29}{27}$	$\frac{11}{9}$	$\frac{5}{3}$	3	7		∞



a) Üstel fonksiyonun tabanına bakılır. 3 > 1 olduğundan artandır. Grafiğe bakarsak x değeri arttıkça f(x) değeri de artıyor, o zaman artandır.

b) Yatay doğru testi yaparsak 1–1 olduğu görülür.

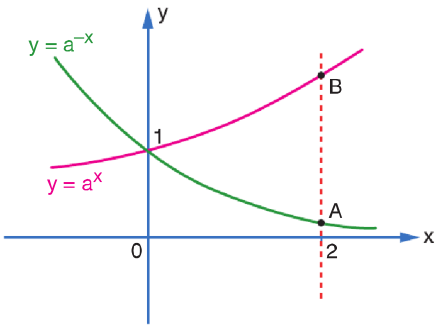


(0, 1] aralığını kesen yatay doğru olmadığı için örten olmaz. $f(\mathbb{R}) \neq \mathbb{R}^+$ olur.

c) Değer kümesi $(1, \infty)$ olur.

ÖRNEK

Aşağıda, $y = a^x$ ve $y = a^{-x}$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



AB doğrusu, y eksenine paralel olup,

$a^2 - 2a - 1 = 0$

eşitliği sağlanmaktadır.

Buna göre, |AB| uzunluğu kaç birimdir?

ÇÖZÜM

$|AB| = a^2 - a^{-2}$

$= a^2 - \frac{1}{a^2}$

$= \left(a - \frac{1}{a}\right) \cdot \left(a + \frac{1}{a}\right)$ işleminin sonucunu bulmalıyız.

$a^2 - 2a - 1 = 0 \Rightarrow a^2 - 1 = 2a$

$a - \frac{1}{a} = 2$

$a^2 - 2 + \frac{1}{a^2} = 4 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = 6$ olur.

$a + \frac{1}{a} = k$ olsun. $\Rightarrow a^2 + 2 + \frac{1}{a^2} = k^2$

$6 + 2 = k^2$

$8 = k^2 \Rightarrow k = 2\sqrt{2}$ olur.

$|AB| = \left(a - \frac{1}{a}\right) \cdot \left(a + \frac{1}{a}\right)$

$= 2 \cdot 2\sqrt{2}$

$= 4\sqrt{2}$

ÖRNEK

$f(x) = 5^x$

fonksiyonunun grafiğine göre,

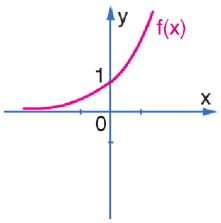
a) $g(x) = -f(x)$

b) $h(x) = f(-x)$

c) $k(x) = \dfrac{1}{f(x)}$

fonksiyonlarının grafiklerini çizerek artanlık ve azalanlık durumlarını inceleyiniz.

ÇÖZÜM

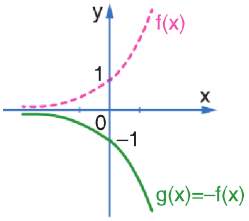


f(x) artan

a) $g(x) = -f(x)$

$= -5^x$

(f(x) fonksiyonunun x eksenine göre yansıması)

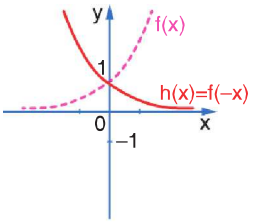


g(x) azalan

b) $h(x) = f(-x)$

$= 5^{-x} = \left(\dfrac{1}{5}\right)^x$

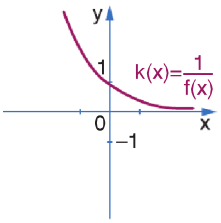
(f(x) fonksiyonunun y eksenine göre yansıması)



h(x) azalan

c) $k(x) = \dfrac{1}{f(x)}$

$= \dfrac{1}{5^x} = \left(\dfrac{1}{5}\right)^x$



k(x) azalan

ÖRNEK

Betül Öğretmen; sınıftaki tahtaya aşağıdaki bilgileri yazıyor.

$f(x) = 7^{ax}$ olsun.

1) f(x) artan ise, $-f(-x)$ artandır.

2) f(x) azalan ise, $\dfrac{1}{f(x)} + 2$ azalandır.

3) f(x) azalan ise, $-2f(x) - 5$ artandır.

4) $f(-x)$ artan ise, $\dfrac{-3}{f(x)}$ azalandır.

5) $f(x) - 3$ azalan ise, $\dfrac{-1}{f(-x)}$ artandır.

Betül Öğretmen'in yazdığı bu bilgilerden kaç tanesinin doğru olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

1) f(x) artan ise $\Rightarrow$ a = 1 olsun

$f(x) = 7^x \Rightarrow -f(-x) = -7^{-x} = -\left(\dfrac{1}{7}\right)^x$ olur.

$-f(-x)$ artan olur. (Doğru) ✓

2) f(x) azalan ise $\Rightarrow$ a = −1 olsun

$f(x) = 7^{-x} \Rightarrow \dfrac{1}{f(x)} + 2 = \dfrac{1}{7^{-x}} + 2 = 7^x + 2$ olur.

$\dfrac{1}{f(x)} + 2$ artan olur. (Yanlış) ✗

3) f(x) azalan ise $\Rightarrow$ a = −1 olsun

$f(x) = 7^{-x} \Rightarrow -2f(x) - 5 = -2 \cdot 7^{-x} - 5$

$= -2 \cdot \left(\dfrac{1}{7}\right)^x - 5$ olur.

$-2f(x) - 5$ artan olur. (Doğru) ✓

4) $f(-x)$ artan ise $\Rightarrow$ a = −1 olsun

$f(-x) = 7^x \Rightarrow \dfrac{-3}{f(x)} = \dfrac{-3}{7^{-x}} = -3 \cdot 7^x$ olur.

$\dfrac{-3}{f(x)}$ azalan olur. (Doğru) ✓

5) $f(x) - 3$ azalan ise $\Rightarrow$ a = −1 olsun

$f(x) = 7^{-x} \Rightarrow \dfrac{-1}{f(-x)} = \dfrac{-1}{7^x} = -\left(\dfrac{1}{7}\right)^x$ olur.

$\dfrac{-1}{f(-x)}$ artan olur. (Doğru) ✓

Buna göre, verilen bilgilerden 4 tanesi doğru olur.

1. $f(x) = (-13)^{2x+3}$

$g(x) = \pi^{x^2+2}$

$h(x) = (\sqrt{5})^{3-x}$

$k(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+5}$

$t(x) = 1^{5x+3}$

fonksiyonlarından kaç tanesi üstel fonksiyon değildir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. Bir işyeri x gün çalışan bir kişiye $f(x) = 2^{ax+b}$ üstel fonksiyonuna göre ödeme yapmaktadır. Bu işyerinde İsa 3 gün, Onur 2 gün çalışıyor.

İsa'nın aldığı ücret, Onur'un aldığı ücretin 16 katı ve ikisinin aldığı toplam ücret 272 TL dir.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

3. I. $f(x) = 5^{4-2x}$

II. $g(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{5-x}$

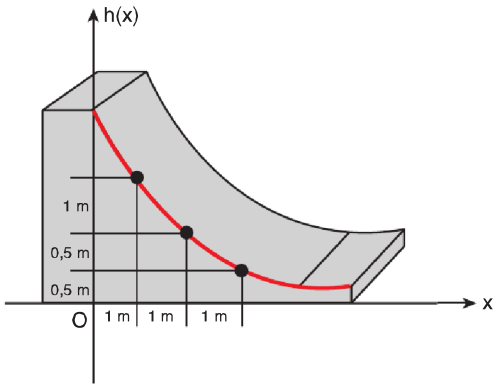
III. $k(x) = \pi^{2x-3}$

Yukarıdaki fonksiyonlardan hangileri artan fonksiyondur?

A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve III

D) II ve III E) I, II ve III

4. Aşağıda koordinat düzleminde bir kay-kay pistinin görseli verilmiştir.



h fonksiyonu, kırmızı eğri üzerinde alınan bir noktanın metre birimine göre yer düzlemine olan uzaklığını ifade etmektedir.

Buna göre, h(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 3$ B) $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} + \frac{5}{2}$

C) $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$ D) $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + 2$

E) $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + 1$

5. I. $f(x) = -3^{x-5}$

II. $g(x) = -5^{5-3x}$

III. $h(x) = -\left(\frac{2}{3}\right)^{1-3x}$

Yukarıdaki fonksiyonlardan hangileri azalan fonksiyondur?

A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II D) I ve III E) II ve III

6. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$,

$f(x) = (16 - 3k)^{2x-3}$

fonksiyonu üstel bir fonksiyondur.

Buna göre, kaç farklı k doğal sayısı vardır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

7. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$,

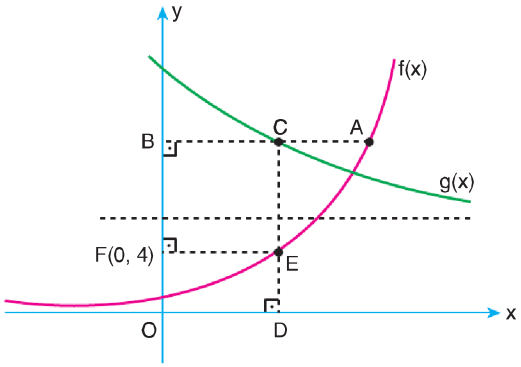
$f(x) = \left(\frac{7-k}{k-1}\right)^{x-5}$

fonksiyonu üstel bir fonksiyondur.

Buna göre, k'nin alabileceği tam sayı değerlerin toplamı kaçtır?

A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

8. Aşağıda, $f(x) = 2^{x-1}$ ve $g(x) = 3^{5-x} + 7$ fonksiyonunun grafikleri verilmiştir.



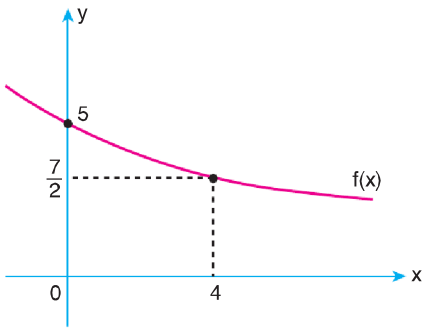
[AB] // [EF] // [OD]

[AB] ⊥ [DC], F(0, 4)

olduğuna göre, A noktasının apsisi kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

9. Aşağıda, $f(x) = a \cdot 2^{(1-bx)} + 2$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, 6b + 3a toplamının değeri kaçtır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

AÇILMATEMATİK

10. Bilgisayara bulaşan bir virüs, bilgisayardan dosya silmektedir. Virüsün her saatin sonunda sildiği dosya sayısı, bir önceki saatte sildiği dosya sayısının 3 katıdır.

Virüs; 1. saatin sonunda 5 dosya silmiştir.

Buna göre, en az kaç saatin sonunda 1200 dosyayı silmiş olur?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

11. Bir şirket; x gün izne çıkacak personelinin maaşından $f(x) = 2^{x-3}$ üstel fonksiyonuna göre, TL olarak kesinti yapmaktadır.

Bu şirkette çalışan Zehra (x + 5) gün, Fatma (x + 2) gün izne çıkmıştır.

Buna göre, Zehra'dan yapılan kesinti Fatma'dan yapılan kesintinin kaç katıdır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 8

12. $f : \mathbb{R} \to (-\infty, 3)$

$$f(x) = -\left(\frac{2}{3}\right)^{5-3x} + 3$$

fonksiyonu veriliyor.

I. f(–x)

II. –f(x)

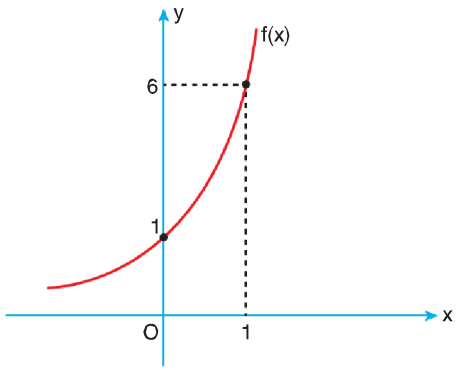
III. –f(–x)

Buna göre, yukarıda verilen fonksiyonlardan hangileri artandır?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

13. k ve m birer doğal sayı olmak üzere, aşağıda

$f(x) = \frac{k^{mx}}{3} + p$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



f(0) = 1 ve f(1) = 6

olduğuna göre, k'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 6 B) 18 C) 20 D) 22 E) 23

14. Ahmet ve Harun, A noktasından B noktasına doğru hareket etmektedir. t saat sonra, A noktasından ne kadar uzaklaştıklarını km birimine göre gösteren fonksiyon Ahmet için $f(x) = 3^{x+1}$, Harun için $g(x) = x + 1$ olarak tanımlanmıştır.

Buna göre, 1 saat sonra Ahmet ve Harun'un aralarındaki mesafe kaç km olur?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

15. i vücuttaki insülin miktarını göstermek üzere, insülin (i), glikoz (G) ve açlık şekeri (A) arasında,

$G = 2^i$ ve $A = 10^{2-i}$

eşitlikleri vardır.

Buna göre, kandaki glikoz miktarı azalarak 1 olursa, açlık şekeri nasıl değişir?

A) Azalarak 100 olur.

B) Artarak 100 olur.

C) Azalarak 10 olur.

D) Artarak 10 olur.

E) Azalarak 2 olur.

16. Denizli'de bir çiftlikteki horoz sayısı 120'dir. Horoz sayısı her yıl % 40 artmaktadır.

Buna göre, t yıl sonraki horoz sayısını veren f(t) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $120 \cdot (0,4)^t$ B) $120 \cdot (1,4)^t$ C) $120 + (0,4)^t$

D) $120 + (1,4)^t$ E) $120 \cdot (140)^t$

17. Bir çiftçi 1. gün tavuklarına 2 kg yem veriyor. 2. gün, 1. gün verdiği yem miktarının $\frac{2}{3}$'ü kadar fazla yem veriyor. Bu şekilde her gün, bir önceki gün verdiği yem miktarının $\frac{2}{3}$'ü kadar fazla yem veriyor.

Buna göre, bu çiftçinin x. gün verdiği yem miktarını veren fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = 12 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x$ B) $f(x) = 12 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{x-1}$

C) $f(x) = 12 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^x$ D) $f(x) = 12 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{x-1}$

E) $f(x) = 12 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{x+1}$

1. C	2. A	3. D	4. C	5. D	6. B	7. C	8. B	9. D
10. D	11. E	12. B	13. D	14. E	15. B	16. B	17. D	

YANINDA BULUNSUN

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere, $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonunun ters fonksiyonuna **logaritma fonksiyonu** denir.

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, \quad f(x) = a^x$

$f^{-1}: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}, \quad f^{-1}(x) = \log_a x$

$f(x) = a^x \Leftrightarrow f^{-1}(x) = \log_a x$

$y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y$ olur.

$\log_a x$ ifadesi, "**logaritma a tabanında x**" ya da "**x'in a tabanındaki logaritması**" şeklinde okunur.

ÖRNEK

Aşağıda verilen eşitliklerdeki x değerlerini bulunuz.

a) $2^x = 4$ ise,

b) $2^x = 5$ ise,

c) $3^x = 81$ ise,

d) $3^x = 10$ ise,

ÇÖZÜM

a) $2^x = 2^2 \Rightarrow x = 2$

b) $2^x = 5 \Rightarrow x = \log_2 5$

c) $3^x = 3^4 \Rightarrow x = 4$

d) $3^x = 10 \Rightarrow x = \log_3 10$

ÖRNEK

Aşağıda verilen denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.

a) $\log_3(x-2) = 2$

b) $\log_5(2x+1) = 3$

c) $\log_x 49 = 2$

d) $\log_2(3x-1) = -1$

e) $\log_7(\log_5(3x-2) - 1) = 0$

ÇÖZÜM

a) $(x-2) = 3^2 \Rightarrow x = 11$

b) $2x + 1 = 5^3 \Rightarrow 2x = 124 \Rightarrow x = 62$

c) $49 = x^2 \Rightarrow x = 7$

d) $3x - 1 = 2^{-1} \Rightarrow 3x - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow 3x = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

e) $\log_5(3x-2) - 1 = 7^0 \Rightarrow \log_5(3x-2) = 2$
$\Rightarrow 3x - 2 = 5^2 \Rightarrow 3x = 27$
$\Rightarrow x = 9$

ÖRNEK

$7^{x+1} - 7^{2x} = 10$

olduğuna göre, x'in alabileceği değerleri bulunuz.

ÇÖZÜM

$7^{2x} - 7^{x+1} + 10 = 0 \Rightarrow (7^x)^2 - 7 \cdot 7^x + 10 = 0$

$7^x \longrightarrow -5$

$7^x \longrightarrow -2$

$\Rightarrow (7^x - 2) \cdot (7^x - 5) = 0 \Rightarrow 7^x = 2 \Rightarrow x = \log_7 2$
$\Rightarrow 7^x = 5 \Rightarrow x = \log_7 5$

Ç.K = $\{\log_7 2, \log_7 5\}$

NOT

$f: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, olmak üzere,

$f(x) = \log_{h(x)} g(x)$ fonksiyonunun **en geniş** tanım kümesi,

a) $h(x) > 0$,

b) $g(x) > 0$,

c) $h(x) \neq 1$,

şartlarını sağlayan x değerlerinin kümesidir.

ÖRNEK

$f(x) = \log_{(x-2)} 3$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$x - 2 > 0$ ve $x - 2 \neq 1$

$x > 2$ ve $x \neq 3$

$x \in (2, \infty) - \{3\}$

ÖRNEK

$f(x) = \log_5(x + 2)$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$x + 2 > 0 \Rightarrow x > -2$

$x \in (-2, \infty)$

ÖRNEK

$f(x) = \log_{(x-5)}(2x+3)$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

1) $x - 5 > 0$ → $x = 5$
2) $2x + 3 > 0$ → $x = -\frac{3}{2}$
3) $x - 5 \neq 1$ → $x \neq 6$

	$-3/2$		5
1	−	− ∅	+
2	− ∅	+	+

$x \in (5, \infty) - \{6\}$

ÖRNEK

$f(x) = \log_{(x-2)}(x^2 - 2x - 15)$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

1) $x^2 - 2x - 15 > 0$ → $x = -3, x = 5$
2) $x - 2 > 0$ → $x = 2$
3) $x - 2 \neq 1$ → $x \neq 3$

	-3	2	5
1	+ ∅ −	− ∅	+
2	−	− ∅ +	+

$x \in (5, \infty)$

NOT

$y = f(x)$ fonksiyonun **tersi bulunurken** x yalnız bırakılır. x yalnız bırakıldıktan sonra **x ile y yer değiştirerek** $f^{-1}(x)$ fonksiyonu bulunur.

ÖRNEK

$f : \mathbb{R} \to (-3, \infty)$

$f(x) = 2^x - 3$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ 'in eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$y = 2^x - 3$ (x'i yalnız bırakalım)

$2^x = y + 3 \Rightarrow x = \log_2(y + 3)$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = \log_2(x + 3)$

ÖRNEK

$f : \mathbb{R} \to (-5, \infty)$

$f(x) = 3 \cdot 2^{x-1} - 5$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ 'in eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$y = 3 \cdot 2^{x-1} - 5 \Rightarrow 3 \cdot 2^{x-1} = y + 5$

$\Rightarrow 2^{x-1} = \frac{y+5}{3}$

$\Rightarrow x - 1 = \log_2\left(\frac{y+5}{3}\right)$

$x = \log_2\left(\frac{y+5}{3}\right) + 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_2\left(\frac{x+5}{3}\right) + 1$

veya

$2^{x-1} = \frac{y+5}{3} \Rightarrow \frac{2^x}{2} = \frac{y+5}{3} \Rightarrow 2^x = \frac{2y+10}{3}$

$x = \log_2\left(\frac{2y+10}{3}\right) \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_2\left(\frac{2x+10}{3}\right)$

ÖRNEK

$f : \mathbb{R} \to \left(\frac{-3}{2}, \infty\right)$

$f(x) = \frac{5^{2x-2} - 3}{2}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ 'in eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$y = \frac{5^{2x-2} - 3}{2} \Rightarrow 5^{2x-2} = 2y + 3$

$\Rightarrow 2x - 2 = \log_5(2y + 3)$

$\Rightarrow x = \frac{\log_5(2y+3) + 2}{2}$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{\log_5(2x+3) + 2}{2}$

ÖRNEK

$f: (3, \infty) \to \mathbb{R}$,

$f(x) = \log_3(x - 3) + 2$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ 'in eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$y = \log_3(x - 3) + 2 \Rightarrow \log_3(x - 3) = y - 2$

$\Rightarrow x - 3 = 3^{y-2}$

$\Rightarrow x = 3^{y-2} + 3$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = 3^{x-2} + 3$

ÖRNEK

$f: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$,

$f(x) = \dfrac{2\log_{10}x - 1}{3}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ 'in eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$y = \dfrac{2\log_{10}x - 1}{3} \Rightarrow 2\log_{10}x = 3y + 1$

$\Rightarrow \log_{10}x = \dfrac{3y+1}{2}$

$\Rightarrow x = 10^{\frac{3y+1}{2}}$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = 10^{\frac{3x+1}{2}}$

ÖRNEK

$f: (1, \infty) \to \mathbb{R}$,

$f(x) = \log_2(x-1) + 5$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(7)$ ifadesinin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

I. yol:

$y = \log_2(x-1) + 5 \Rightarrow \log_2(x-1) = y - 5$

$\Rightarrow x - 1 = 2^{y-5}$

$\Rightarrow x = 2^{y-5} + 1$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = 2^{x-5} + 1$

$f^{-1}(7) = 2^{7-5} + 1$

$= 2^2 + 1$

$= 5$

II. yol:

$\log_2(x-1) + 5 = 7 \Rightarrow \log_2(x-1) = 2$

$\Rightarrow x - 1 = 2^2$

$\Rightarrow x = 5$

$\Rightarrow f^{-1}(7) = 5$

ÖRNEK

$f : \mathbb{R} \to (-11, \infty)$

$g : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$

$f(x) = 3^x - 11$

$g(x) = \log_2 x + 3$ fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $f(k) = g^{-1}(7)$ eşitliğini sağlayan k değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$g(x) = \log_2 x + 3 = y \Rightarrow \log_2 x = y - 3$

$x = 2^{y-3}$

$g^{-1}(x) = 2^{x-3}$

$g^{-1}(7) = 2^{7-3}$

$= 2^4$

$= 16$

$f(k) = 16 \Rightarrow 3^k - 11 = 16$

$3^k = 27$

$k = 3$

ÖRNEK

Bir şirket, çalışanlarına ücretlerini çalıştığı gün sayısına göre ödemektedir. x gün çalışan bir kişinin alacağı ücret $f(x) = \log_{(x+2)}(x^3 + x^2 - 12x)$ TL'dir.

Buna göre, bu şirkette çalışan bir kişinin ücret alabilmesi için en az kaç gün çalışması gerekir?

ÇÖZÜM

$f(x) = \log_{(x+2)}(x^3 + x^2 - 12x)$ tanım kümesini buluruz.

1) $x^3 + x^2 - 12x > 0 \Rightarrow x \cdot (x^2 + x - 12) = 0$

$\Rightarrow x = 0, x = -4, x = 3$

2) $x + 2 > 0 \Rightarrow x > -2$

3) $x + 2 \neq 1 \Rightarrow x \neq -1$

	−4	−2	0	3
1	− ○ +		+ ○ − ○	+
2	−	− ○	+	+

$x \in (-2, 0) \cup (3, \infty) - \{-1\}$

En az 4 gün çalışması gerekir.

1. $\log_8(\log_3(4x-1)+5)=1$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

2. $3^{2x}-3^{x+1}=40$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

A) $\log_3 10$ B) $\log_3 5$ C) $\log_3 8$ D) $\log_8 3$ E) $\log_5 3$

3. $f(x)=2^{x-1}+1$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(9)$ değeri kaçtır?

A) 257 B) 129 C) 5 D) 4 E) $\log_2 9$

4. $g:\mathbb{R}\to(2,\infty)$

$g(x)=\frac{1}{2}3^{1-x}+2$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $g^{-1}(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\log_3(x-1)$

B) $1-\log_3(x-2)$

C) $\log_3(x-2)-1$

D) $1-\log_3(2x-4)$

E) $\log_3(2x-4)-1$

5. $f:\mathbb{R}\to\left(-\infty,\frac{2}{3}\right)$

$f(x)=\frac{2-3^{4-3x}}{3}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{4-\log_3(2-3x)}{3}$

B) $\log_3(4-3x)$

C) $\frac{1}{3}\log_3(2-3x)$

D) $\frac{3x+2}{3}$

E) $\log_3(3x-2)$

6. $f(x)=\log_{\left(\frac{x-3}{x+5}\right)}(x^2-6x-16)$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-5,8)$ B) $(-2,3)$ C) $(-\infty,8)$ D) $(-\infty,3)$ E) $(-\infty,-5)\cup(8,\infty)$

7. $f:(1,\infty)\to\mathbb{R}$,

$f(x)=3\log_5(2x-2)-5$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $5^{\frac{x+5}{3}}$ B) $\frac{5^{\frac{x+5}{3}}+2}{2}$ C) 5^{2x-2} D) $\frac{5^{\frac{x+5}{3}}}{2}$ E) $\frac{5^{2x-2}}{3}$

8. $f: (1, \infty) \to \mathbb{R}$,

$f(x) = \log_7 (x - 1) - 1$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(-2)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{8}{7}$ B) $\frac{50}{7}$ C) 8 D) 22 E) 50

9. $x \neq 3$ olmak üzere,

$\log_{(t+1)} (x^2 - 6x + 9) = 2$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, x'in t cinsinden alabileceği değerler toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2t + 2$ B) $t + 4$ C) $-t + 2$ D) 6 E) 0

10. $f(x) = \log_{(8-a)} (ax^2 - 5x + 2)$

fonksiyonu tüm x gerçek sayıları için tanımlı olduğuna göre, a kaç farklı tam sayı değeri alabilir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. $f(x) = \log_3 (x - 2) + \log_{(7-x)} (25 - x^2)$

fonksiyonunun <u>en geniş</u> tanım kümesindeki doğal sayıların toplamı kaçtır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

12. $f: \left(\frac{5}{7}, \infty\right) \to \mathbb{R}$

$g: \mathbb{R} \to (-35, \infty)$

$f(x) = \log_3 (7x - 5) + 2$

$g(x) = 2^{x+1} - 35$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $f(a) = g^{-1}(-3)$ eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 7

13. Furkan'ın çalıştığı şirkette, x gün izne ayrılan personelin maaşından

$f(x) = \log_2 x + 2$

fonksiyonuna göre f(x) TL kesilmektedir.

Furkan'ın maaşından 7 TL kesildiğine göre, Furkan kaç gün izne ayrılmıştır?

A) 5 B) 14 C) 32 D) 64 E) 128

14. $f(x) = \log_{(2-x)} (x^2 - 25)$ logaritma fonksiyonu veriliyor.

$a = 2x - 3$

olduğuna göre, a'nın alabileceği <u>en büyük</u> tam sayı değeri kaçtır?

A) -6 B) -7 C) -11 D) -13 E) -14

1. B	2. C	3. D	4. D	5. A	6. E	7. B
8. A	9. D	10. B	11. A	12. B	13. C	14. E

YANINDA BULUNSUN

$f(x) = y = \log_a x$ fonksiyonunda **a = 10 olursa** logaritma fonksiyonuna **bayağı logaritma fonksiyonu** denir.

$f(x) = y = \log_{10} x = \log x$ olarak yazılır. Eğer logaritmanın tabanı yazılmamışsa taban 10 olarak alınır.

YANINDA BULUNSUN

$f(x) = y = \log_a x$ fonksiyonunda **a = e olursa** logaritma fonksiyonuna **doğal logaritma fonksiyonu** denir.

$f(x) = y = \log_e x = \ell n\, x$ olarak yazılır.

ℓn (Natural Logarithms)

NOT

e: euler sayısı

$e \cong 2{,}71$

$e = \lim\limits_{x\to\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ bunu tablo ile gösterelim.

x sayısı büyüdükçe, $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ sayısının hangi sayıya yaklaştığını bulalım.

x	e
1	2
10	2,5937425
50	2,6915880
100	2,7048138
1000	2,7169239
10000	2,7181459
100000	2,7182682

x	e
10^6	2,7182805
10^7	2,7182817
10^8	2,7182818
10^9	2,7182820
10^{10}	2,7182821
10^{11}	2,7182821

x'e daha büyük değerler verdikçe $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ sayısı 2,71 değerine yaklaşır.

YANINDA BULUNSUN

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$

$\log_a 1 = 0$ ve

$\log_a a = 1$

- Taban ne olursa olsun 1'in logaritması sıfırdır.
- Her sayının kendi tabanındaki logaritması 1'dir.

ÖRNEK

$a \neq 0$ olmak üzere,

$a^{\log_3 1} + 2^{\log_5 5}$ toplamının sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$\log_3 1 = 0$

$\log_5 5 = 1$

$a^0 + 2^1 = 1 + 2 = 3$

ÖRNEK

$\log_{(3-\sqrt{2})} a = 1$ ve

$\log_{(\sqrt[3]{5})} b = 0$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $a + b + \sqrt{2}$ toplamının sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$\log_{(3-\sqrt{2})} a = 1 \Rightarrow a = 3 - \sqrt{2}$

$\log_{(\sqrt[3]{5})} b = 0 \Rightarrow b = 1$

$a + b + \sqrt{2} = 3 - \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2}$

$= 4$

ÖRNEK

e doğal logaritma tabanı olmak üzere,

$\ell n\left(\frac{k}{e} - 1\right) = 1$,

$\ell n\,(m - e) = 0$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\frac{k}{m}$ oranını bulunuz.

ÇÖZÜM

$\ell n\left(\frac{k}{e} - 1\right) = 1 \Rightarrow \frac{k}{e} - 1 = e$

$k = e(e + 1)$

$\ell n\,(m - e) = 0 \Rightarrow m - e = 1$

$m = e + 1$

$\frac{k}{m} = \frac{e(e+1)}{e+1}$

$= e$

ÖRNEK

Uygun şartlardaki a, b ve c sayıları için

$\log_{(4-b)}(2b+3) = 1$

$\log_{(c-2)}(4a-7) = 0$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, 3b + a toplamının sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$\log_{(4-b)}(2b+3) = 1 \Rightarrow 4 - b = 2b + 3$

$3b = 1$

$\log_{(c-2)}(4a-7) = 0 \Rightarrow 4a - 7 = 1$

$a = 2$

$3b + a = 1 + 2$

$= 3$

ÖRNEK

Uygun şartlardaki x ve y sayıları için

$\log_{(x+2)}(x^2-4) = 1$

$\log_{(3-y)}(y^2-8) = 0$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, x – y farkını bulunuz.

ÇÖZÜM

$\log_{(x+2)}(x^2-4) = 1 \Rightarrow x^2 - 4 = x + 2$

$(x-2)(x+2) = (x+2) \quad (x \neq -2)$

$x - 2 = 1$

$x = 3$

$\log_{(3-y)}(y^2-8) = 0 \Rightarrow y^2 - 8 = 1$

$y^2 = 9$

$y = 3$ ve $y = -3$

$y = 3$ olamaz

$x - y = 3 - (-3)$

$= 6$

ÖRNEK

Duru'nun A, B, C ve D maddelerinden hangi miktarda aldığı aşağıda verilmiştir.

A maddesinden $\ell n(a \cdot e^3)$ kg,

B maddesinden $\log(b \cdot 10^7)$ kg,

C maddesinden $\log_{(c+3)}(c^2 - 3c - 9)$ kg ve

D maddesinden $\log_{(d+3)}(d^3 - 26)$ kg

Sinem, alınan maddeleri tartarak Duru'nun A maddesinden 5 kg, B maddesinden 8 kg, C maddesinden 1 kg aldığını ve D maddesinden hiç almadığını görüyor.

(e doğal logaritma tabanı)

Buna göre, $\frac{a \cdot b \cdot c}{d}$ işleminin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

A $\Rightarrow \ell n(a \cdot e^3) = 5$

$a \cdot e^3 = e^5$

$a = e^2$

B $\Rightarrow \log(b \cdot 10^7) = 8$

$b \cdot 10^7 = 10^8$

$b = 10$

C $\Rightarrow \log_{(c+3)}(c^2 - 3c - 9) = 1$

$c^2 - 3c - 9 = c + 3$

$c^2 - 4c - 12 = 0$

$(c+2)(c-6) = 0$

$c = 6 \quad (c \neq -2)$

D $\Rightarrow \log_{(3+d)}(d^3 - 26) = 0$

$d^3 - 26 = 1$

$d^3 = 27$

$d = 3$

$\frac{a \cdot b \cdot c}{d} = \frac{e^2 \cdot 10 \cdot 6}{3} = 20e^2$

YANINDA BULUNSUN

$a, b \in \mathbb{R}^+$ ve $a \neq 1$ olmak üzere

1) $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$

2) $\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \cdot \log_a b$

3) $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b = \log_a \sqrt[n]{b}$

ÖRNEK

Aşağıda verilen logaritmaların değerlerini bulunuz.

a) $\log_3 81$

b) $\log_{125} 25$

c) $\log_{\sqrt{a}} \sqrt[3]{a}$

ÇÖZÜM

a) $\log_3 81 = \log_3 3^4$
$= 4 \cdot \log_3 3 = 4$

b) $\log_{125} 25 = \log_{5^3} 5^2$
$= \frac{2}{3}$

c) $\log_{\sqrt{a}} \sqrt[3]{a} = \log_{a^{\frac{1}{2}}} a^{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$

ÖRNEK

$\log_{\sqrt{3}} 27 - \log_{2\sqrt{2}} 32 + \log_{25} 125$

işleminin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$\log_{\sqrt{3}} 3^3 - \log_{2\sqrt{2}} 32 + \log_{25} 125$
$= \log_{3^{\frac{1}{2}}} 3^3 - \log_{2^{\frac{3}{2}}} 2^5 + \log_{5^2} 5^3$
$= \frac{3}{\frac{1}{2}} - \frac{5}{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}$
$= 6 - \frac{10}{3} + \frac{3}{2} = \frac{36 - 20 + 9}{6} = \frac{25}{6}$
(6) (2) (3)

ÖRNEK

$\log_{(2\sqrt{2}-\sqrt{7})} (2\sqrt{2} + \sqrt{7})$

ifadesinin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$(2\sqrt{2} + \sqrt{7})$ ile $(2\sqrt{2} - \sqrt{7})$ birbirinin eşleniğidir.
$(2\sqrt{2} + \sqrt{7}) \cdot (2\sqrt{2} - \sqrt{7}) = 1$ dir.

$2\sqrt{2} + \sqrt{7} = \frac{1}{2\sqrt{2} - \sqrt{7}} = (2\sqrt{2} - \sqrt{7})^{-1}$ olur.

$\log_{(2\sqrt{2}-\sqrt{7})} (2\sqrt{2} - \sqrt{7})^{-1} = -1$

ÖRNEK

$x^3 = y^2$

olduğuna göre, $\log_{x^2} \sqrt{y} - \log_{y^3} x$ farkını bulunuz.

ÇÖZÜM

$x^3 = y^2$ ise $x = a^2, y = a^3$ alırsak

$\log_{x^2} \sqrt{y} - \log_{y^3} x = \log_{a^4} a^{\frac{3}{2}} - \log_{a^9} a^2$

$= \frac{\frac{3}{2}}{4} - \frac{2}{9} = \frac{3}{8} - \frac{2}{9} = \frac{27 - 16}{72} = \frac{11}{72}$
(9) (8)

YANINDA BULUNSUN

a, b, c > 0 ve $a \neq 1$ olmak üzere,

1) $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

2) $\log_a (\frac{b}{c}) = \log_a b - \log_a c$

ÖRNEK

$4 \log_{12} 2 + 2 \log_{12} 3$

işleminin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$\log_{12} 2^4 + \log_{12} 3^2 = \log_{12} (2^4 \cdot 3^2)$
$= \log_{12} (4^2 \cdot 3^2)$
$= \log_{12} (12^2)$
$= 2$

ÖRNEK

$\log_2 224 - \log_2 7$

işleminin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$\log_2 224 - \log_2 7 = \log_2 (\frac{224}{7})$
$= \log_2 (32)$
$= \log_2 (2^5)$
$= 5$

ÖRNEK

$\log_3 6 - \log_3 2 + \log_3 45 - \log_3 5$

işleminin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\log_3 6 - \log_3 2 + \log_3 45 - \log_3 5 = \log_3\left(\frac{6\cdot 45}{2\cdot 5}\right)$$
$$= \log_3 (3\cdot 9)$$
$$= \log_3 (3^3)$$
$$= 3$$

ÖRNEK

$\log 3 = x$

$\log 2 = y$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, log 72'nin x ve y cinsinden bir eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\log 72 = \log (9\cdot 8)$$
$$= \log 9 + \log 8$$
$$= \log 3^2 + \log 2^3$$
$$= 2\log 3 + 3\log 2$$
$$= 2x + 3y$$

ÖRNEK

$\log_3 4 = a$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $\log_3 216$ nın a cinsinden bir eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\log_3 4 = \log_3 2^2$$
$$a = 2\log_3 2$$
$$\log_3 2 = \frac{a}{2}$$
$$\log_3 216 = \log_3 (8\cdot 27)$$
$$= \log_3 8 + \log_3 27$$
$$= \log_3 2^3 + \log_3 3^3$$
$$= 3\log_3 2 + 3\log_3 3$$
$$= 3\cdot\frac{a}{2} + 3\cdot 1$$
$$= \frac{3a}{2} + 3$$

ÖRNEK

$2\log a + 3\log c - 4\log \ell + \log i = \log b$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, b değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\log a^2 + \log c^3 - \log \ell^4 + \log i = \log\left(\frac{a^2\cdot c^3\cdot i}{\ell^4}\right) = \log b$$
$$b = \frac{a^2\cdot c^3\cdot i}{\ell^4}$$

ÖRNEK

Bir paketi log 2 gram olan A paketinden 6 adet, bir paketi log 5 gram olan B paketinden 3 adet alan bir kişi toplam kaç gram almış olur?

ÇÖZÜM

$$6\log 2 + 3\log 5 = \log 2^6 + \log 5^3$$
$$= \log (2^6\cdot 5^3) = \log (4^3\cdot 5^3) = \log 20^3$$
$$= 3\log 20 = 3\log (2\cdot 10)$$
$$= 3(\log 2 + 1)$$
$$= 3\log 2 + 3$$

ÖRNEK

A Maddesi	B Maddesi	C Maddesi
$\log_{15} 4$ kg	$\log_{15} 3$ kg	$\log_{15} 5$ kg

Yukarıda A, B ve C maddelerinin miktarları verilmiştir.

Emrah; 2 tane A maddesi, 2 tane B maddesi, 4 tane C maddesi almıştır.

Mahmut; 4 tane A maddesi, 1 tane B maddesi, 3 tane C maddesi almıştır.

Buna göre; Emrah'ın aldığı toplam madde miktarı Mahmut'un aldığı toplam madde miktarından ne kadar fazladır?

ÇÖZÜM

Emrah: $2\log_{15} 4 + 2\log_{15} 3 + 4\log_{15} 5 = K$

Mahmut: $4\log_{15} 4 + \log_{15} 3 + 3\log_{15} 5 = L$

$$K - L = (-2)\log_{15} 4 + \log_{15} 3 + \log_{15} 5$$
$$= \log_{15} 4^{-2} + \log_{15} 3 + \log_{15} 5$$
$$= \log_{15}\left(\frac{3\cdot 5}{16}\right)$$
$$= \log_{15} 15 - \log_{15} 16$$
$$= 1 - 4\log_{15} 2$$

ACİL MATEMATİK

1. x bir tam sayı olmak üzere,

$$\log_2\left(\frac{3x+2y}{y}\right)=0$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, y + 5x ifadesinin alabileceği tam sayı değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

2. $\log_3(33-\log_2 64)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 23 B) 18 C) 13 D) 8 E) 3

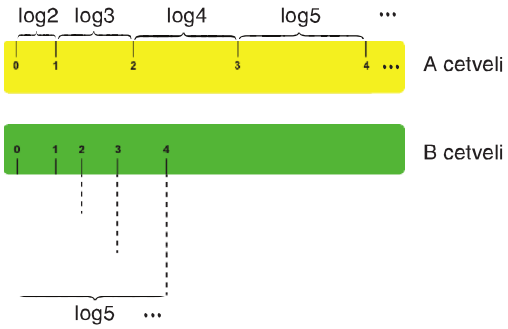
3. b sıfırdan farklı bir gerçek sayı ve e doğal logaritma tabanı olmak üzere,

$$b^{\log_5(2-\ln e)}+3^{\log_{(e-1)}(e-1)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Aşağıda, özel olarak tasarlanmış A ve B cetvelleri verilmiştir.



Cetvelleri, yukarıda gösterildiği gibi ölçüm yapmaktadırlar.

A cetveli ile 5 birim ölçülen bir uzunluk B cetveli ile ölçüldüğünde x birim geliyor.

Buna göre, x kaçtır?

A) 24 B) 119 C) 120 D) 719 E) 720

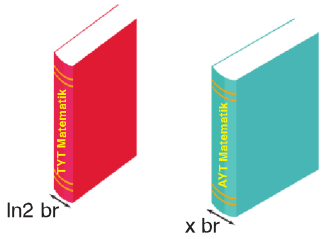
5. $\log_{\sqrt{5-\sqrt{2}}}(k-2)=0$ ve $\log_{\sqrt{7+\sqrt{48}}}(m+\sqrt{3})=1$

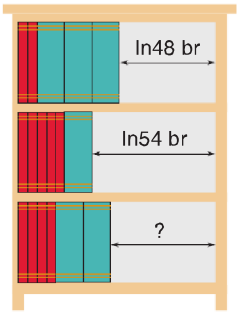
eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, k + m toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6.





Yükseklikleri ve genişlikleri aynı 3 raftan oluşan kitaplık yanda veriliyor. 1. rafta 2 TYT-3 AYT kitabı hiç boşluk kalmayacak şekilde konulursa sağ tarafta ln48 br boşluk kalıyor. 2. rafta 5 TYT-1 AYT kitabı hiç boşluk kalmayacak şekilde konulursa sağ tarafta ln54 br boşluk kalıyor.

Buna göre, 3. rafta 4 TYT-2 AYT kitabı hiç boşluk kalmayacak şekilde konulursa sağ tarafta kaç br boşluk kalır?

A) ln12 B) ln18 C) ln24 D) ln36 E) ln96

7. Uygun şartlardaki a, b ve c sayıları için

$\log_{(3b^2+4b-20)}(b^3-8)=1$ ve

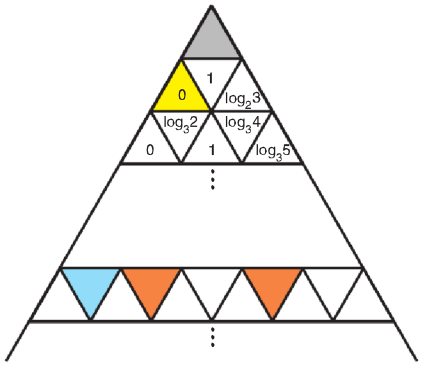
$\log_{(c+5)}(a^3-7)=0$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, a – b farkı kaçtır?

A) – 3 B) – 1 C) 0 D) 1 E) 3

8. Aşağıda, eşkenar üçgenlerden oluşan bir şekil verilmiştir.



$a \neq 1$ olmak üzere, $\log_a b$ ifadesi şekildeki her üçgen için, bulunduğu satırın numarası ile o satırda soldan sağa doğru kaçıncı üçgen olduğu kullanılarak adlandırılmış ve üçgenlerin içine adları yazılmıştır.

Örneğin; sarıya boyalı üçgen 2. satırda ve 1. üçgen olduğu için $\log_2 1 = 0$ olarak adlandırılmıştır.

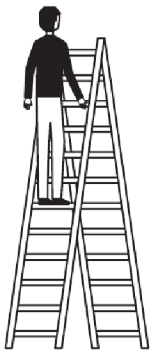
Buna göre, turuncu üçgenlerin içine yazılacak olan sayıların toplamının mavi üçgenin içine yazılacak olan sayıya oranı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. $\frac{1}{2}\log_5 15 - \frac{1}{3}\log_5 7 - \frac{1}{2}\log_5 3 + \frac{1}{3}\log_5 35$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{5}{6}$

10. 

Şekilde gösterilen merdivenin bir tarafından çıkmak isteyen Koray, diğer tarafından zemine inecektir. Merdivenin her iki tarafında da en üstteki basamak ortak olmak üzere 12 basamak vardır.

Zeminden başlayarak hareket eden Koray, çıkarken her adımda 2 basamak yükselmekte, inerken her adımda 1 basamak alçalmaktadır.

Koray'ın çıkarken attığı her adım $\log_{12}3$ saniye, inerken attığı her adım $\log_{12}2$ saniye sürmektedir.

Buna göre, her hangi bir basamakta mola vermeyen Koray, toplam kaç saniye sonra bu merdivenden çıkıp inebilir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

11. $\ln 2 = x$

$\ln 3 = y$

olduğuna göre,

$$\frac{4 \cdot \ln 6 \cdot \ln 12 + \ln^2 2}{\ln 72}$$

ifadesinin x ve y cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{4y + x^2}{xy}$ B) $\frac{4xy + x^2}{xy}$ C) $\frac{4x + y^2}{xy}$

D) 3x + 2y E) 2x + 3y

12. $\log(a \cdot b^2) = 3\log a - 2\log b$

olduğuna göre, $2 \cdot \log_b a$ değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

13. $\log_2(a \cdot b) = 5$ ve

$\log_2\left(\frac{8a}{b}\right) = 2$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, a + b toplamının pozitif değeri kaçtır?

A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

14. Uygun şartlardaki a ve b sayıları için

$\log_{(a^2b)} b = 2$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $\log_{(ab^2)} a$ değeri kaçtır?

A) 7 B) 1 C) $\frac{1}{7}$ D) $-\frac{1}{7}$ E) -7

1. C	2. E	3. D	4. D	5. C	6. D	7. B
8. E	9. E	10. C	11. D	12. A	13. C	14. D

1. $\log_6 8 \cdot \log_6 27 = a$

olduğuna göre,

$(\log_6 8)^2 + (\log_6 27)^2$

ifadesinin a cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) a^2 B) $2a$ C) $8a$

D) $27a$ E) $9 - 2a$

2. $\log_{(27!)} (26!) = k$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $\log_{(27!)} 27$ ifadesinin k cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $27k$ B) $1 - k$ C) $26k$

D) $27 - k$ E) $26 + k$

3. $\sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x}} = \sqrt{y} \cdot \sqrt[3]{y}$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $\log_x y^2 + \log_{\sqrt{x}} \sqrt[3]{y}$ toplamının değeri kaçtır?

A) $\frac{4}{15}$ B) $\frac{8}{15}$ C) $\frac{16}{15}$ D) $\frac{8}{5}$ E) $\frac{32}{15}$

4.

x	2	3
1	2	3
2	4	6

$2 + 3 + 4 + 6 = 15$

Bir öğrenci, yukarıda verilen tabloda satır ve sütunların çakıştığı yerlere o satır ve sütundaki sayıları çarparak sarıya boyalı karelerin içine sonuçları yazmış ve çıkan tüm sonuçları toplamıştır.

x	$\log_6 4$	$\log_6 9$
$\log_{12} 3$		
$\log_{12} 4$		

Buna göre, aynı işlemler yukarıda verilen tabloda yapılsaydı sonuç kaç olurdu?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

5. Ahmet'in elinde log 135 gram A maddesi vardır.

Buna göre, Ahmet A maddesinden log 5 gram kullanırsa geriye kaç gram A maddesi kalır?

A) $2 \log 3$ B) $3 \log 3$ C) $2 \log 2$

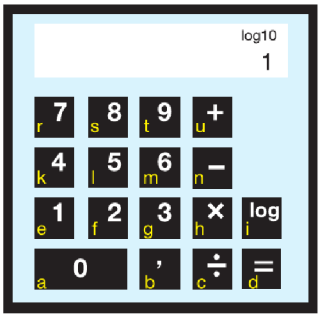
D) $3 \log 2$ E) $4 \log 2$

6. $\log_{(\sqrt{14}-\sqrt{13})}(\sqrt{14}+\sqrt{13})$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) $\sqrt{13}$ E) $\sqrt{14}$

7. Aşağıda dört işlemin yanı sıra logaritmik hesaplamalar da yapabilen bir hesap makinesi gösterilmiştir. Hesap makinesinde bulunan tuşlar a, b, c, ... harfleriyle isimlendirilmiştir.



Örneğin; bu hesap makinesinde log10'un değerini hesaplamak için sırasıyla e-a-i-d tuşlarına basılır.

Buna göre, verilen hesap makinesinde log(0,5) değerini hesaplamak için hesap makinesine sırasıyla,

I. a-b-l-i-d

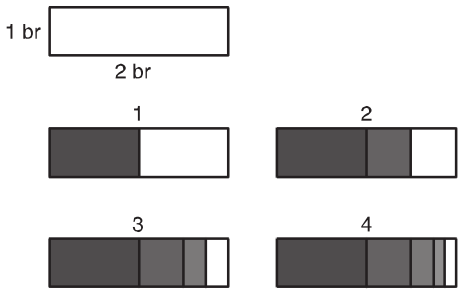
II. l-i-n-e-d

III. l-i-c-e-a-i-d

ifadelerinden hangileri gibi basılmalıdır?

A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II D) I ve III E) II ve III

8. "Grinin sınırsız tonları" isimli çalışmayı yapacak olan Yusuf eni 1 br ve boyu 2 br olan dikdörtgeni 4 aşamada şu şekilde boyamıştır.



- Yusuf, her defasında boyalı olmayan kısmın yarısını boyamaktadır.
- Boyama işlemine dikdörtgenin sol tarafından başlayarak gri rengin tonunu her boyamada açarak boyayacaktır.

Yusuf'un boyayacağı 100. dikdörtgende oluşan soldan 100. küçük dikdörtgenin alanı x br² olduğuna göre, $\frac{\log x}{-33}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) log9 B) log8 C) $1-2\log3$ D) $1-3\log2$ E) log4

9. $\log_2 7 = x$

eşitliği veriliyor.

Buna göre,

$\log_2 14 - \log_2 343$

ifadesinin x cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x-1$ B) $1+2x$ C) $1-2x$ D) $x+2$ E) $1-3x$

1. E	2. B	3. E	4. D	5. B	6. A	7. B	8. B	9. C

YANINDA BULUNSUN

$a, c \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ ve $b \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} = \frac{\log b}{\log a} = \frac{\ell n\, b}{\ell n\, a}$$

ÖRNEK

$$\frac{\log_2 27}{\log_2 3}$$

işleminin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

1. yol:
$$\frac{\log_2 27}{\log_2 3} = \log_3 27 = \log_3 3^3 = 3$$

2. yol:
$$\frac{\log_2 3^3}{\log_2 3} = \frac{3\log_2 3}{\log_2 3} = 3$$

ÖRNEK

$\log_2 3 = a$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $\log_9 8$ ifadesinin a cinsinden eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\log_9 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 9} = \frac{\log_2 2^3}{\log_2 3^2} = \frac{3}{2\log_2 3} = \frac{3}{2a}$$

ÖRNEK

$\log_7 2 = x$ ve

$\log_7 3 = y$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\log_{147}\left(\frac{4}{7}\right)$ ifadesinin x ve y cinsinden bir eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\log_{147}\left(\frac{4}{7}\right) = \frac{\log_7\left(\frac{4}{7}\right)}{\log_7 147} = \frac{\log_7 4 - \log_7 7}{\log_7 3 + \log_7 49} = \frac{2\log_7 2 - 1}{\log_7 3 + 2} = \frac{2x-1}{y+2}$$

ÖRNEK

$\log_2(0{,}09)$ gram olan A maddesi, bir tanesi $\log_2(0{,}3)$ gram alan kavanozlara paylaştırılırsa kaç kavanoza ihtiyaç olur?

ÇÖZÜM

1. yol:
$$\frac{\log_2(0{,}09)}{\log_2(0{,}3)} = \log_{(0,3)}(0{,}09) = \log_{(0,3)}(0{,}3)^2 = 2$$

2. yol:
$$\frac{\log_2(0{,}3)^2}{\log_2(0{,}3)} = \frac{2\log_2(0{,}3)}{\log_2(0{,}3)} = 2$$

ÖRNEK

Kayra, elindeki toplam $\log_5 405$ gram olan A maddesini, $\log_5 3$ gramlık şişelere eşit olarak paylaştırıyor.

Meryem, elindeki toplam $\log 5$ gram olan B maddesini, $\log 3$ gramlık şişelere eşit olarak paylaştırıyor.

Buna göre, Kayra'nın kullandığı şişe sayısı, Meryem'in kullandığı şişe sayısından kaç fazladır?

ÇÖZÜM

Kayra: $\frac{\log_5 405}{\log_5 3}$ şişe

Meryem: $\frac{\log 5}{\log 3}$ şişe kullanır.

$$\frac{\log_5 405}{\log_5 3} - \frac{\log 5}{\log 3} = \log_3 405 - \log_3 5 = \log_3\left(\frac{405}{5}\right) = \log_3 81 = \log_3 3^4 = 4$$

YANINDA BULUNSUN

$a, b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere,

$$\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a} = \frac{1}{\log_b a} \quad \text{veya}$$

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1$$

ÖRNEK

$\log_4 9 \cdot \log_{27} 32$

işleminin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\log_4 9 \cdot \log_{27} 32 = \log_{2^2} 3^2 \cdot \log_{3^3} 2^5$$
$$= \frac{2}{2}\log_2 3 \cdot \frac{5}{3}\log_3 2$$
$$= \frac{5}{3}\log_2 3 \cdot \log_3 2$$
$$= \frac{5}{3}$$

ÖRNEK

$\frac{1}{\log_5 2} + \log_2 24 - \log_2 15$

işleminin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\log_2 5 + \log_2 24 - \log_2 15 = \log_2\left(\frac{5 \cdot 24}{15}\right)$$
$$= \log_2 8$$
$$= \log_2 2^3$$
$$= 3$$

ÖRNEK

$\frac{1}{4 + \log_2 3} + \frac{1}{1 + \log_6 8} + \frac{1}{2 + \log_4 3}$

işleminin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{1}{\log_2 2^4 + \log_2 3} + \frac{1}{\log_6 6 + \log_6 8} + \frac{1}{\log_4 4^2 + \log_4 3}$$
$$= \frac{1}{\log_2 48} + \frac{1}{\log_6 48} + \frac{1}{\log_4 48}$$
$$= \log_{48} 2 + \log_{48} 6 + \log_{48} 4$$
$$= \log_{48}(2 \cdot 6 \cdot 4)$$
$$= \log_{48} 48$$
$$= 1$$

ÖRNEK

$\log_2 3 = x$

$\log_5 2 = y$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\log_{12} 90$ ifadesinin x ve y cinsinden bir eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\log_2 3 = x \text{ ve } \log_5 2 = y \Rightarrow \log_2 5 = \frac{1}{y}$$
$$\log_{12} 90 = \frac{\log_2 90}{\log_2 12}$$
$$= \frac{\log_2 (2 \cdot 3^2 \cdot 5)}{\log_2 (2^2 \cdot 3)}$$
$$= \frac{\log_2 2 + \log_2 3^2 + \log_2 5}{\log_2 2^2 + \log_2 3}$$
$$= \frac{1 + 2\log_2 3 + \log_2 5}{2 + \log_2 3}$$
$$= \frac{1 + 2x + \frac{1}{y}}{2 + x}$$
$$= \frac{y + 2xy + 1}{2y + xy}$$

ÖRNEK

$\log 2 = x$

olduğuna göre, $\frac{-\log 2 \cdot \log 20}{\log_5 10} - \log 5 + 1$ ifadesinin x cinsinden bir eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{-\log 2 \cdot \log 20}{\log_5 10} - \log 5 + 1 = -\log 5 \cdot \log 2 \cdot \log 20 - \log 5 + 1$$
$$= (-\log 5)(\log 2 \cdot \log 20 + 1) + 1$$
$$= \log\left(\frac{1}{5}\right)(\log 2 \cdot (\log 2 + 1) + 1) + 1$$
$$= \log\left(\frac{2}{10}\right)(\log^2 2 + \log 2 + 1) + 1$$
$$= \underbrace{(\log 2 - 1)(\log^2 2 + \log 2 + 1)}_{\log^3 2 - 1} + 1$$

$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

$$= \log^3 2 - 1 + 1$$
$$= \log^3 2$$
$$= x^3$$

YANINDA BULUNSUN

Uygun şartlarda olmak üzere,

$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ ve $a^{\log_a b} = b$

ÖRNEK

$\sqrt{7}^{\log_7 16}$

işleminin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\sqrt{7}^{\log_7 16} = 16^{\log_7 \sqrt{7}}$$
$$= 16^{\log_7 7^{\frac{1}{2}}}$$
$$= 16^{\frac{1}{2}}$$
$$= (4^2)^{\frac{1}{2}}$$
$$= 4$$

ÖRNEK

$3^{\log_9 25} + 2^{\log_{\sqrt{2}} 3} - 5^{\log_{125} 27}$

işleminin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$3^{\log_9 25} + 2^{\log_{\sqrt{2}} 3} - 5^{\log_{125} 27} = 25^{\log_9 3} + 3^{\log_{\sqrt{2}} 2} - 27^{\log_{125} 5}$$
$$= 25^{\frac{1}{2}\log_3 3} + 3^{\frac{1}{\frac{1}{2}}\log_2 2} - 27^{\frac{1}{3}\log_5 5}$$
$$= 25^{\frac{1}{2}} + 3^2 - 27^{\frac{1}{3}}$$
$$= (5^2)^{\frac{1}{2}} + 9 - (3^3)^{\frac{1}{3}}$$
$$= 5 + 9 - 3$$
$$= 11$$

ÖRNEK

$\dfrac{\log_2 20}{5^{\log_2 5}}$

işleminin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{\log_2 20}{5^{\log_2 5}} = 5^{\log_5 20}$$
$$= 20$$

ÖRNEK

$x^{\log_3 4} = 8$

olduğuna göre, x değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$x^{\log_3 4} = 4^{\log_3 x}$$
$$= (2^2)^{\log_3 x} = 2^{2\log_3 x} = 2^{\log_3 x^2}$$

$$2^{\log_3 x^2} = 8 \Rightarrow \log_3 x^2 = 3$$
$$x^2 = 3^3$$
$$x = 3^{\frac{3}{2}}$$
$$x = \sqrt{3^3}$$
$$x = 3\sqrt{3}$$

YANINDA BULUNSUN

Uygun şartlarda olmak üzere,

$\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c d = \log_a d$

eşitliği geçerlidir.

ÖRNEK

$\dfrac{\log_2 3}{\log_5 3} = \log_x 25$

olduğuna göre, x değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{\log_2 3}{\log_5 3} = \log_2 3 \cdot \log_3 5 = \log_2 5$$

$$\log_2 5 = \log_x 25 \Rightarrow 5 = 2^{\log_x 25}$$
$$25^{\log_x 2} = 5$$
$$5^{2\log_x 2} = 5^1$$
$$2\log_x 2 = 1$$
$$\log_x 4 = 1$$
$$x = 4$$

ÖRNEK

Ayrıt uzunlukları $\log_4 125$ cm, $\log_{25} 27$ cm ve $\log_9 x$ cm olan dikdörtgenler prizmasının hacmi 9 cm^3 tür.

Buna göre, x değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\log_4 125 \cdot \log_{25} 27 \cdot \log_9 x = 9$$
$$\log_{2^2} 5^3 \cdot \log_{5^2} 3^3 \cdot \log_{3^2} x = 9$$
$$\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_2 5 \cdot \log_5 3 \cdot \log_3 x = 9$$
$$\frac{9}{8} \cdot \log_2 x = 9$$
$$\log_2 x = 8$$
$$x = 2^8$$
$$x = 256$$

ÖRNEK

$f(x) = \dfrac{(\log 3 - \log 2)(2x + 1)}{x - 1}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(\log_2 3)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$f(\log_2 3) = \frac{\log\left(\frac{3}{2}\right) \cdot (2 \cdot \log_2 3 + 1)}{\log_2 3 - 1}$$
$$= \frac{\log\left(\frac{3}{2}\right) \cdot (\log_2 9 + \log_2 2)}{\log_2 3 - \log_2 2}$$
$$= \log\left(\frac{3}{2}\right) \cdot \frac{\log_2 18}{\log_2\left(\frac{3}{2}\right)}$$
$$= \log\left(\frac{3}{2}\right) \cdot \log_{\left(\frac{3}{2}\right)} 18$$
$$= \log 18$$

ÖRNEK

$(\log_a 3) \cdot x^2 + (1 - \log_6 2)\, x - \log_3 5 = 0$

ikinci dereceden denklemin kökler toplamı -2'dir.

Buna göre, a kaçtır?

ÇÖZÜM

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

Kökler toplamı $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$ olur.

$$\frac{\log_6 2 - 1}{\log_a 3} = -2$$
$$\frac{\log_6\left(\frac{2}{6}\right)}{\log_a 3} = -2$$
$$-\log_6 3 \cdot \log_3 a = -2$$
$$\log_6 a = 2$$
$$a = 6^2$$
$$a = 36$$

ÖRNEK

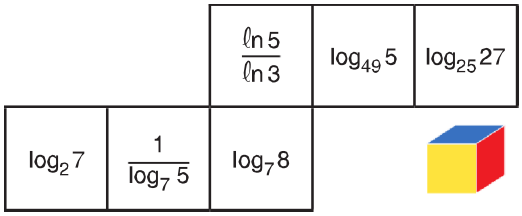
$$\frac{2}{1 - \dfrac{1}{1 - \log_3 2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\frac{2}{1 - \dfrac{1}{1 - \log_3 2}} = \frac{2}{1 - \log_{\left(\frac{3}{2}\right)} 3}$$
$$= \frac{2}{\log_{\left(\frac{3}{2}\right)}\left(\frac{1}{2}\right)}$$
$$= 2 \cdot \log_{\left(\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{3}{2}\right)$$
$$= \log_{\left(\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{9}{4}\right)$$
$$= -\log_2\left(\frac{9}{4}\right)$$
$$= \log_2\left(\frac{4}{9}\right)$$

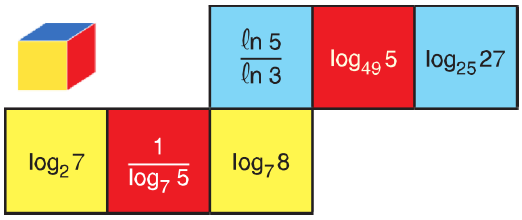
ÖRNEK



Bir küpün açık hali yukarıda verilmiştir. Yukarıda verilen şekil küp haline getiriliyor. Küp haline getirildikten sonra, karşılıklı yüzeylerin üzerindeki sayıların çarpımı yapılarak A, B ve C sayıları elde ediliyor.

Buna göre, A + B + C toplamının değeri kaçtır?

ÇÖZÜM



$A = \log_2 7 \cdot \log_7 8 = \log_2 8 = 3$

$B = \log_5 7 \cdot \log_{49} 5 = \frac{1}{2}$

$C = \log_3 5 \cdot \log_{25} 27 = \frac{3}{2}$

$A + B + C = 3 + \frac{1}{2} + \frac{3}{2}$

$= 3 + 2$

$= 5$

ÖRNEK

Aşağıda, uygun şartlarda tanımlı f(x) fonksiyonu verilmiştir.

$f(x) = \sqrt{2}^{\log_{\sqrt{8}} 125} - \log_{49}(x-1) \cdot \log_{(x-1)}(3x+1)$

Buna göre, $f^{-1}(4)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$f(x) = \sqrt{2}^{\log_{\sqrt{8}} 125} - \log_{49}(x-1) \cdot \log_{(x-1)}(3x+1)$

$= 125^{\log_{\sqrt{8}} \sqrt{2}} - \log_{49}(3x+1)$

$= 125^{\log_{2^{\frac{3}{2}}} 2^{\frac{1}{2}}} - \log_{7^2}(3x+1)$

$= 125^{\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} \log_2 2} - \frac{1}{2}\log_7(3x+1)$

$= 125^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{2}\log_7(3x+1)$

$= 5 - \frac{1}{2}\log_7(3x+1)$

$f^{-1}(4) = a \Rightarrow f(a) = 4$

$f(a) = 5 - \frac{1}{2}\log_7(3a+1) = 4$

$\frac{1}{2}\log_7(3a+1) = 1$

$\log_7(3a+1) = 2$

$3a + 1 = 49$

$a = 16$

$f^{-1}(4) = 16$

ÖRNEK

a ve b $\in (1, \infty)$ olmak üzere,

$$\frac{2}{\log_a 5} - \frac{3}{\log_b 5} = 0$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $\log_{(a^2b)}(ab^3)$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$\frac{2}{\log_a 5} - \frac{3}{\log_b 5} = 0 \Rightarrow 2 \cdot \log_5 a = 3 \cdot \log_5 b$

$\log_5 a^2 = \log_5 b^3$

$a^2 = b^3$

$\Rightarrow a = x^3$ ve $b = x^2$ olsun.

$\log_{(a^2b)}(ab^3) = \log_{(x^6 \cdot x^2)}(x^3 \cdot x^6)$

$= \log_{(x^8)}(x^9)$

$= \frac{9}{8}$

ÖRNEK

Başkatsayısı 1 olan 2. dereceden P(x) polinomu için,

$P(0) = \dfrac{1}{\log_2 3}$ ve

$P(1) = \dfrac{\ell n\, 2 - \ell n\, 3}{\ell n\, 3}$

olduğuna göre, P(– 1) değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$P(x) = x^2 + ax + b$ olsun

$P(0) = b = \dfrac{1}{\log_2 3} = \log_3 2$

$P(x) = x^2 + ax + \log_3 2$

$P(1) = 1^2 + a + \log_3 2 = \dfrac{\ell n\, 2 - \ell n\, 3}{\ell n\, 3}$

$1 + a + \log_3 2 = \dfrac{\ell n\, 2}{\ell n\, 3} - 1$

$1 + a + \log_3 2 = \log_3 2 - 1$

$a = -2$

$P(x) = x^2 - 2x + \log_3 2$ olur.

$P(-1) = (-1)^2 - 2(-1) + \log_3 2$

$= 3 + \log_3 2$

$= \log_3 3^3 + \log_3 2$

$= \log_3 54$

ÖRNEK

A maddesi : $\log_2 3$ TL

B maddesi : $\dfrac{\ell n\, 5}{\ell n\, 3}$ TL

C maddesi : $\dfrac{1}{\log_2 3}$ TL

Yukarıdaki A, B ve C maddelerinin gram fiyatları yanlarında verilmiştir.

Ahmet Faik, A maddesinden $\log_3 8$ gram, B maddesinden $\log_{\sqrt{5}} 9$ gram ve C maddesinden $\log_2 27$ gram almıştır.

Buna göre, Ahmet Faik toplam kaç TL ödemiştir?

ÇÖZÜM

A $\Rightarrow \log_2 3 \cdot \log_3 8 = \log_2 8 = 3$ TL

B $\Rightarrow \log_3 5 \cdot \log_{\sqrt{5}} 9 = 4$ TL

C $\Rightarrow \log_3 2 \cdot \log_2 27 = 3$ TL

$3 + 4 + 3 = 10$ TL

ÖRNEK

A cetveli ile $\log_7 4$ cm ölçülen bir uzunluk,
B cetveli ile $\log_7 13$ cm ölçülmüştür.

Buna göre, A cetveli ile $\log_{13} 8$ cm ölçülen başka bir uzunluk, B cetveli ile kaç cm ölçülmüş olur?

ÇÖZÜM

$\log_7 4$ cm — $\log_7 13$

$\log_{13} 8$ cm — x cm

D.O.

$$x = \frac{\log_{13} 8 \cdot \log_7 13}{\log_7 4} = \frac{\dfrac{\log 8}{\cancel{\log 13}} \cdot \dfrac{\cancel{\log 13}}{\log 7}}{\dfrac{\log 4}{\log 7}}$$

$$= \frac{\dfrac{\log 8}{\cancel{\log 4}}}{\dfrac{\cancel{\log 4}}{\log 4}} = \frac{\log 8}{\log 4} = \frac{\cancel{\log}}{\cancel{\log}}$$

$= \dfrac{3}{2}$ cm

ÖRNEK

$a = \dfrac{1}{\log_{24} 18}$

$b = \log_{24} 6 + \log_{(4!)} (5!)$

olduğuna göre, $\log_{40} 18$ ifadesinin a ve b cinsinden bir eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$a = \dfrac{1}{\log_{24} 18} = \log_{18} 24$

$b = \log_{24} 6 + \log_{24} (5!) = \log_{24} (6 \cdot 5!)$

$= \log_{24} (6!)$

$a \cdot b = \log_{18} 24 \cdot \log_{24} (6!) = \log_{18} (6!)$

$= \log_{18} (\overline{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3} \cdot 2) = \log_{18} (18 \cdot 40)$

$= 1 + \log_{18} 40$

$\Rightarrow a \cdot b = \log_{18} 40 + 1 \Rightarrow \log_{18} 40 = a \cdot b - 1$

$\Rightarrow \log_{40} 18 = \dfrac{1}{a \cdot b - 1}$

1. $\dfrac{3\ln 5}{\ln 10} + \dfrac{\log_3 8}{\log_3 10}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $\log_{\sqrt{2}} 27 \cdot \log_{25} 32 \cdot \log_9 \sqrt{5}$

işleminin sonucu kaçtır?

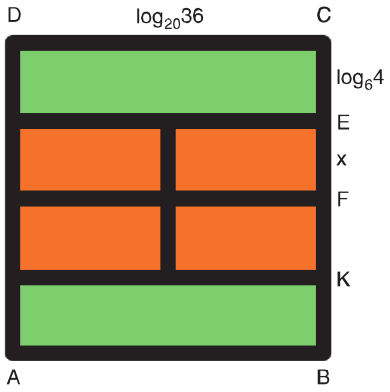
A) $\frac{15}{2}$ B) $\frac{15}{4}$ C) $\frac{15}{8}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{5}{8}$

3. $2^{\frac{\ln x}{\ln 4}} = 9$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 3 B) 9 C) 16 D) 27 E) 81

4.



Yukarıda verilen şekilde aynı renkli dikdörtgenler özdeştir.

ABCD dikdörtgeninde,

$|DC| = \log_{20} 36$ birim

$|CE| = \log_6 4$ birimdir.

A(ABCD) = 4 birimkare olduğuna göre,

$|EF|$ = x kaç birimdir?

A) $\frac{\ln 4}{\ln 6}$ B) $\frac{\ln 5}{\ln 6}$ C) $\frac{\ln 3}{\ln 6}$ D) $\frac{\ln 12}{\ln 3}$ E) $\frac{\ln 20}{\ln 2}$

5. $\dfrac{3}{1 + \dfrac{1}{\log_2 5}}$

işleminin sonucu kaçtır?

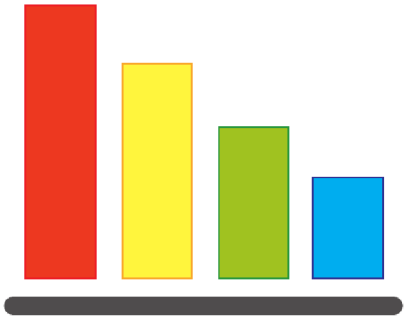
A) $\log_3 125$ B) $\log 125$ C) $\log_2 125$ D) 3 E) 2

6. $\dfrac{2}{\log_2 84} + \dfrac{1}{\log_3 84} + \dfrac{1}{\log_7 84}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 6 C) 8 D) 21 E) 42

7.



Yukarıda verilen dikdörtgenlerin yükseklikleri sağdan sola doğru birer santimetre artmaktadır. En soldaki kırmızı dikdörtgenin yüksekliği, en sağdaki mavi dikdörtgenin yüksekliğinin $\log_3 24$ katıdır.

Buna göre, yeşil dikdörtgenin yüksekliği kaç santimetredir?

A) $\log_2 3$ B) $\log_2 6$ C) $\log_3 10$ D) $\log_3 12$ E) $\log_4 20$

8. $25^{\frac{\log_5 x}{\log_7 x}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 49 B) 25 C) 7 D) 5 E) $\frac{5}{7}$

9. $\log_2 3 = A$

olduğuna göre, $\log_{24}\left(\frac{4}{3}\right)$ ifadesinin A cinsinden bir eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2-A}{3A}$ B) $\frac{2A}{3+A}$ C) $\frac{2+A}{3-A}$ D) $\frac{2-A}{3+A}$ E) $\frac{2}{3}A$

10. e doğal logaritma tabanı olmak üzere,

$e^x = 12$ ve $e^y = 2$

eşitlikleri veriliyor.

Aslı; A maddesinden $(x + y)$ gram, B maddesinden $(x - y)$ gram alıyor.

Buna göre, Aslı'nın A maddesinden aldığı miktar B maddesinden aldığı miktarın kaç katıdır?

A) $\ell n\, 6$ B) $\log_2 12$ C) $\log_6 24$ D) $\log_2 6$ E) $\log_2 24$

11. $\mathbb{R} - \{-1\}$ de tanımlı,

$f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(\log_2 5)$ değeri kaçtır?

A) $1 - \log 5$ B) $\log_2\left(\frac{5}{2}\right)$ C) $\log_5\left(\frac{5}{2}\right)$ D) $\log\left(\frac{5}{2}\right)$ E) $1 + \log 5$

12. Bir dikdörtgenler prizmasının farklı 3 ayrıt uzunluğu,

$\log_9 125$ cm,

$\log_8 27$ cm ve

$\log_{\sqrt{5}} 64$ cm dir.

Buna göre, bu dikdörtgenler prizmasının hacmi kaç cm^3 tür?

A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 18

13. $\log_2 3 = a$

$\log_5 2 = b$

eşitlikleri veriliyor.

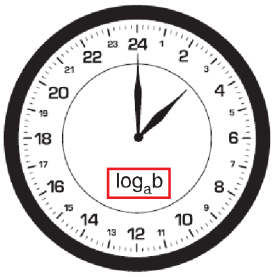
Buna göre, $\log_{72}\left(\frac{2}{5}\right)$ ifadesinin a ve b cinsinden bir eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{b-1}{2a+3}$ B) $\frac{1-b}{3+2a}$ C) $\frac{b-1}{3b+2ab}$

D) $\frac{b-1}{3b+a}$ E) $\frac{b-1}{3b-2ab}$

14.

Şekil I



Şekil II

Yukarıda verilen I. Şekilde onikilik, II. Şekilde ise yirmidörtlük özel olarak tasarlanmış duvar saatleri gösterilmiştir. Saatlerin iç kısımlarında gösterilen çerçevenin içindeki $\log_a b$ ifadesinde,

a : Akrebin gösterdiği sayı

b : Yelkovanın gösterdiği sayı

olarak alınacaktır.

Örneğin; öğleden önce saat tam olarak üçü gösterdiğinde I. Şeklin çerçevesinin içinde $\log_3 12$ ve II. Şeklin çerçevesinin içinde $\log_3 24$ değerleri gözükecektir.

Buna göre, saat öğleden sonra tam olarak dördü gösterdiğinde her iki saatin çerçevelerinin içinde yazan değerlerin oranı aşağıdakilerden hangisi olabilir?
(Saatlerin her ikisinin de akrep 1 sayısını gösterdiğinde çerçeveli kısımları çalışmamaktadır.)

A) $\log_{12}72$ B) $\log_6 48$ C) $\log_{12}48$

D) $\log_{24}144$ E) $\log_{24}72$

15. e doğal logaritma tabanı olmak üzere,

$6 \cdot 2^{\ln x} - x^{\ln 2} = 160$

olduğuna göre, x değeri kaçtır?

A) e^2 B) e^3 C) e^4 D) e^5 E) e^6

16. $3^x = 5$

$2^y = 3$

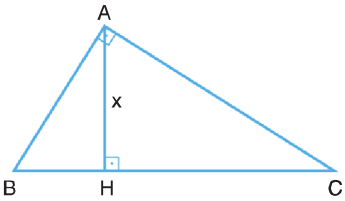
eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\log_{18} 100$ ifadesinin x ve y cinsinden bir eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2x+2}{2y+1}$ B) $\frac{2x-2}{2xy+1}$ C) $\frac{2xy-2}{2x+1}$

D) $\frac{2xy-2}{2y-1}$ E) $\frac{2xy+2}{2y+1}$

17.



ABC bir üçgendir.

$[AB] \perp [AC]$

$[AH] \perp [BC]$

$|BH| = \log_2 3$

$|HC| = \log_3 16$

olduğuna göre, |AH| = x kaç birimdir?

A) 1 B) 2 C) $\sqrt{\log_2 3}$

D) $\sqrt{\log 2}$ E) 4

18. $\frac{\log_2 15}{\log_4 5 + \log_4 3}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1. B	2. B	3. E	4. B	5. B	6. A	7. B	8. A	9. D
10. C	11. D	12. E	13. C	14. D	15. D	16. E	17. B	18. A

YANINDA BULUNSUN

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ ve $b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

- $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$ olur.
- $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ olur.

Bulunan x değerinin tanım kümesinde olup olmadığına bakılır.

ÖRNEK

$\log_5(7x - 3) = 2$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$\log_5(7x - 3) = 2 \Rightarrow 7x - 3 = 5^2$

$7x = 28$

$x = 4$

Tanım kümesi:

$7x - 3 > 0 \Rightarrow x > \frac{3}{7}$

$4 \in (\frac{3}{7}, \infty)$ Ç.K = {4}

ÖRNEK

$\log_2 x + \log_2(5x - 2) = 4$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$\log_2 x + \log_2(5x - 2) = 4 \Rightarrow \log_2[x \cdot (5x - 2)] = 4$

$5x^2 - 2x = 2^4$

$5x^2 - 2x - 16 = 0$

$5x \rightarrow 8$, $x \rightarrow -2$

$(5x + 8)(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 2$ ve $x = -\frac{8}{5}$

Tanım kümesi:

$x > 0$ ve $5x - 2 > 0 \Rightarrow x > \frac{2}{5}$ $(x \neq -\frac{8}{5})$

Ç.K = {2}

ÖRNEK

$\log_5(3 - x) - \log_5(5 - 2x) = -1$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$\log_5(\frac{3 - x}{5 - 2x}) = -1 \Rightarrow \frac{3 - x}{5 - 2x} = \frac{1}{5}$

$5 - 2x = 15 - 5x$

$3x = 10$

$x = \frac{10}{3}$

Tanım kümesi:

$3 - x > 0 \Rightarrow x < 3$

$5 - 2x > 0 \Rightarrow 2x < 5 \Rightarrow x < \frac{5}{2}$

$x = \frac{10}{3} \notin (-\infty, \frac{5}{2})$ olduğundan Ç.K = ∅

ÖRNEK

$\ln(x - 2) - \ln(6 - x) = \ln(2x - 7)$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$\ln(\frac{x - 2}{6 - x}) = \ln(2x - 7) \Rightarrow \frac{x - 2}{6 - x} = 2x - 7$

$x - 2 = 12x - 42 - 2x^2 + 7x$

$2x^2 - 18x + 40 = 0$

$x^2 - 9x + 20 = 0$

$x \rightarrow -4$, $x \rightarrow -5$

$(x - 4)(x - 5) = 0 \Rightarrow x = 4$ ve $x = 5$

Tanım kümesi:

$x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$

$6 - x > 0 \Rightarrow x < 6$

$2x - 7 > 0 \Rightarrow x > \frac{7}{2}$

$\frac{7}{2} < x < 6$

Ç.K = {4, 5}

ÖRNEK

Özlem'in A noktasına uzaklığı $\log_{(2x)} 5$ km, Emre'nin aynı A noktasına uzaklığı $\log_{(3x)} 125$ km olduğu biliniyor.

Özlem ve Emre'nin A noktasına uzaklığı eşit mesafede olduğuna göre, x değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\log_{(2x)} 5 = \log_{(3x)} 125 \Rightarrow \frac{\ell n\, 5}{\ell n\,(2x)} = \frac{3\,\ell n\, 5}{\ell n\,(3x)}$$

$$3\,\ell n\,(2x) = \ell n\,(3x)$$

$$(2x)^3 = 3x$$

$$8x^3 = 3x$$

$$8x^2 = 3$$

$$x^2 = \frac{3}{8}$$

$\Rightarrow x = 0,$

$\Rightarrow x = \sqrt{\frac{3}{8}},$

$\Rightarrow x = -\sqrt{\frac{3}{8}}$

Tanım kümesi:

$2x > 0 \quad , \quad 2x \neq 1$

$3x > 0 \quad , \quad 3x \neq 1$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4} \quad (\sqrt{2})$$

ÖRNEK

$\log_3 x - \log_x 27 = \log_3 9$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

$\log_3 x = a$ diyelim.

$$\log_3 x - \frac{3}{\log_3 x} = 2 \Rightarrow a - \frac{3}{a} = 2$$

$$a^2 - 2a - 3 = 0$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 = 2$$

$$\log_3 x_1 = a_1$$

$$+\ \log_3 x_2 = a_2$$

$$\log_3 (x_1 \cdot x_2) = a_1 + a_2$$

$$\log_3 (x_1 \cdot x_2) = 2$$

$$x_1 \cdot x_2 = 3^2$$

$$= 9$$

ÖRNEK

$(\ell n\, x)^2 = 1 - \ell n\, x^7$

olduğuna göre, $(\ell n\, x)^2 + (\log_x e)^2$ ifadesinin değerini bulunuz.

(e doğal logaritma tabanı)

ÇÖZÜM

$\ell n\, x = a$ diyelim.

$$a^2 = 1 - 7a \Rightarrow a^2 - 1 = -7a$$

$$a - \frac{1}{a} = -7 \quad \text{(kare alalım)}$$

$$a^2 - 2 + \frac{1}{a^2} = 49$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 51$$

$$(\ell n\, x)^2 + \frac{1}{(\ell n\, x)^2} = 51$$

$$(\ell n\, x)^2 + (\log_x e)^2 = 51$$

ÖRNEK

$x^{(5 - \log_3 x)} = 27x$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$x^{(5 - \log_3 x)} = 27x \Rightarrow \log_3 x^{(5 - \log_3 x)} = \log_3 (27x)$$

$$(5 - \log_3 x) \cdot \log_3 x = \log_3 27 + \log_3 x \quad (\log_3 x = a)$$

$$(5 - a) \cdot a = 3 + a$$

$$5a - a^2 = 3 + a$$

$$a^2 - 4a + 3 = 0$$

$a \longrightarrow -1$

$a \longrightarrow -3$

$$(a - 1)(a - 3) = 0 \Rightarrow a = 3 = \log_3 x \Rightarrow x = 27$$

$$a = 1 = \log_3 x \Rightarrow x = 3$$

Ç.K = {3, 27}

ÖRNEK

$x^{(3 + \ell n\, x)} = e^2 \cdot x^4$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

(e doğal logaritma tabanı)

ÇÖZÜM

$x^{(3+\ln x)} = e^2 \cdot x^4 \Rightarrow \ln x^{(3+\ln x)} = \ln(e^2 \cdot x^4)$

$(3+\ln x)\cdot \ln x = \ln e^2 + \ln x^4$

$(3+\ln x)\cdot \ln x = 2 + 4\ln x \quad (\ln x = a)$

$(3+a)\cdot a = 2 + 4a$

$3a + a^2 = 2 + 4a$

$a^2 - a - 2 = 0$

$a \longrightarrow -2$

$a \longrightarrow 1$

$(a-2)(a+1) = 0 \Rightarrow a = -1 = \ln x \Rightarrow x = e^{-1}$

$a = 2 = \ln x \Rightarrow x = e^2$

$Ç.K = \{\frac{1}{e}, e^2\}$

ÖRNEK

Ümmühan metresi 2 TL olan kumaştan $\log(x-3)$ metre alıp $5^{\log_{25} 16}$ TL ücret ödemiştir.

Buna göre, x değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$2\log(x-3) = 5^{\log_{25} 16} \Rightarrow 2\log(x-3) = 16^{\log_{25} 5}$

$2\log(x-3) = 16^{\frac{1}{2}}$

$\log(x-3) = 2$

$x - 3 = 10^2$

$x = 103$

ÖRNEK

Burak A maddesinden $\log_2(3x-2)$ g alıyor. Daha sonra yaptığı kontrolde eksik aldığını görerek aynı A maddesinden 11 g daha alıyor.

Aldığı tüm A maddesini 3 şişeye eşit olarak böldüğünde, bir şişede 5 g olduğunu görüyor.

Buna göre, x değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$\frac{\log_2(3x-2)+11}{3} = 5 \Rightarrow \log_2(3x-2) + 11 = 15$

$\log_2(3x-2) = 4$

$3x - 2 = 16$

$3x = 18$

$x = 6$

YANINDA BULUNSUN

$\log_a x < \log_a y \Rightarrow \begin{cases} x < y, & a > 1 \\ x > y, & 0 < a < 1 \end{cases}$

Eşitsizliklerde, taban eşitlendikten sonra tabana mutlaka bakılır.

- Taban basit kesir ise eşitsizlik yönü ters çevrilir.
- Taban Bileşik kesir ise eşitsizlik yönü aynı kalır.

Sonuç yazılırken logaritmanın tanım aralığına dikkat edilir.

ÖRNEK

$\log_5(x-3) < \log_{25} 4$

eşitsizliği veriliyor.

Buna göre, x'in doğal sayı değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$\log_5(x-3) < \log_{5^2} 2^2 \Rightarrow \log_5(x-3) < \log_5 2$

$x - 3 < 2$

$x < 5 \quad (1)$

Tanım kümesinden $\Rightarrow x - 3 > 0$

$x > 3 \quad (2)$

(1) ve (2) 'den $3 < x < 5 \Rightarrow x = 4$

ÖRNEK

$\log_{\frac{1}{3}}(2x-1) > \log_{\frac{1}{3}}(3-x)$

eşitsizliği veriliyor.

Buna göre, x'in alabileceği doğal sayı değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$\log_{(\frac{1}{3})}(2x-1) > \log_{(\frac{1}{3})}(3-x) \Rightarrow 2x - 1 < 3 - x$

$3x < 4$

$x < \frac{4}{3} \quad (1)$

Tanım kümesinden $\Rightarrow 2x - 1 > 0$

$x > \frac{1}{2} \quad (2)$

$\Rightarrow 3 - x > 0$

$x < 3 \quad (3)$

(1), (2) ve (3) 'den $\frac{1}{2} < x < \frac{4}{3}$

$x \in (\frac{1}{2}, \frac{4}{3}) \Rightarrow x = 1$

ÖRNEK

$\ln(x-3) - \ln(x-2) < \ln(x-1)$

eşitsizliğini sağlayan en küçük x doğal sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

$\ln\left(\frac{x-3}{x-2}\right) < \ln(x-1) \Rightarrow \frac{x-3}{x-2} < x-1$

$\frac{x-3}{x-2} - x + 1 < 0$

$\frac{x-3-x^2+2x+x-2}{x-2} < 0$

$\frac{-x^2+4x-5}{x-2} < 0 \quad (1)$

Tanım kümesinden $\Rightarrow x-3>0$

$x>3 \quad (2)$

$\Rightarrow x-2>0$

$x>2 \quad (3)$

$\Rightarrow x-1>0$

$x>1 \quad (4)$

	1	2	3	
1	+	+ ○	−	−
2	−	−	− ○	+
3	−	− ○	+	+
4	− ○	+	+	+

$x \in (3, \infty)$

$x = 4$

YANINDA BULUNSUN

$\log_a x < b \Rightarrow \log_a x < \log_a a^b \Rightarrow \begin{cases} x < a^b, & a > 1 \\ x > a^b, & 0 < a < 1 \end{cases}$

ÖRNEK

$\log_2 x < 3$

eşitsizliğine göre, x'in çözüm aralığını bulunuz.

ÇÖZÜM

$\log_2 x < 3 \Rightarrow x < 2^3$

$\Rightarrow x < 8 \quad (1)$

Tanım kümesinden $\Rightarrow x > 0 \quad (2)$

(1) ve (2) 'den $0 < x < 8 \Rightarrow x \in (0, 8)$

ÖRNEK

$x > 2$ ve tam sayı olmak üzere, bir mağazada satılan her ürünün satış fiyatı,

$y = x - 1 + \log(x-2)$

kuralına göre belirlenmektedir. Bu eşitlikte x ürünün maliyet fiyatı, y ise ürünün satış fiyatıdır.

Buna göre, mağaza ürünü en az kaç TL'ye satarsa kâr etmiş olur?

ÇÖZÜM

Mağazanın ürünün satışından kâr etmesi için satış fiyatının alış fiyatından büyük olması gerekir.

$y > x$

$/ -1 + \log(x-2) > /$

$\log(x-2) > 1$

$x - 2 > 10$

$x > 12$ olup en az 13 TL'den satması gerekir.

ÖRNEK

$\log_{\frac{1}{3}}(x-2) > -2$

eşitsizliğine göre, x'in alabileceği doğal sayı değerleri kaç tanedir?

ÇÖZÜM

$\log_{\left(\frac{1}{3}\right)}(x-2) > -2 \Rightarrow x - 2 < \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

$x - 2 < 9$

$x < 11 \quad (1)$

Tanım kümesinden $\Rightarrow x - 2 > 0$

$x > 2 \quad (2)$

(1) ve (2) 'den $2 < x < 11$

$11 - 2 - 1 = 8$ tane doğal sayı değeri vardır.

ÖRNEK

$\log_3(2 - \log_5(\log_2 x - 1)) < 0$

eşitsizliğini sağlayan <u>en küçük</u> x doğal sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

$\log_3(2 - \log_5(\log_2 x - 1)) < 0 \Rightarrow 2 - \log_5(\log_2 x - 1) < 1$

$\log_5(\log_2 x - 1) > 1$

$\log_2 x - 1 > 5$

$\log_2 x > 6$

$x > 2^6$

$x > 64$ (1)

Tanım kümesinden $\Rightarrow x > 0$

$\Rightarrow \log_2 x - 1 > 0$

$\log_2 x > 1 \Rightarrow x > 2$

$\Rightarrow 2 - \log_5(\log_2 x - 1) > 0$

$\log_5(\log_2 x - 1) < 2$

$\log_2 x - 1 < 25$

$\log_2 x < 26$

$x < 2^{26}$ (2)

(1) ve (2)'ye göre, $64 < x < 2^{26}$

En küçük x doğal sayısı 65 olur.

ÖRNEK

$\log_2^2(x - 1) - 2 \cdot \log_2(x - 1) < 8$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x doğal sayısı vardır?

ÇÖZÜM

$\log_2(x - 1) = a$ dersek $\Rightarrow a^2 - 2a - 8 < 0$

$a \longrightarrow -4$

$a \longrightarrow 2$

	−2		4	
	+	0	−	0	+

$-2 < a < 4$ olur.

$-2 < \log_2(x - 1) < 4$

$\frac{1}{4} < x - 1 < 16$

$\frac{5}{4} < x < 17$

Tanım kümesinden $\Rightarrow x > 1$

$x = 2, 3, 4, \cdots, 16 \Rightarrow 16 - 2 + 1 = 15$ tane

ÖRNEK

x bir doğal sayı olmak üzere,

A ▬▬ → $\log_2(x - 2)$ cm

B ▬▬ → $\log_2(x + 2)$ cm

C ▬▬▬▬ → $\log_2(x + 38)$ cm

Yukarıda A, B ve C çubuklarının uzunlukları çubuğun sağ tarafında verilmiştir. A çubuğu ile B çubuğu uç uca eklediğinde C çubuğundan daha kısa olduğu görülüyor.

Buna göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

ÇÖZÜM

$\log_2(x - 2) + \log_2(x + 2) < \log_2(x + 38)$

$\log_2(x^2 - 4) < \log_2(x + 38)$

1) $x^2 - 4 < x + 38 \Rightarrow x^2 - x - 42 < 0$

2) $x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$

3) $x + 2 > 0 \Rightarrow x > -2$

4) $x + 38 > 0 \Rightarrow x > -38$

$x^2 - x - 42 < 0$ ve $x > 2$ olur.

$x \longrightarrow -7$

$x \longrightarrow 6$

		−6		2		7	
1	+	0	−		−	0	+
2	−		−	0	+		+

$x \in (2, 7)$

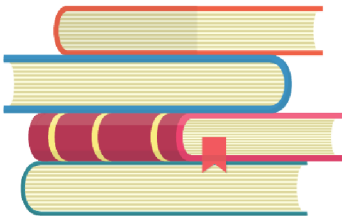
$x = 6$ olabilir.

1. $\log_{\frac{1}{3}}(5-2x) = -2$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2.



Sezin, kalınlıkları eşit ve $\log_3 2$ desimetre olan kitaplarını şekildeki gibi üst üste koyarak kitaplığına yerleştirecektir.

Kitaplığın yüksekliği $\log_3 200$ desimetre olduğuna göre, Sezin en fazla kaç kitabını kitaplığa üst üste yerleştirebilir?

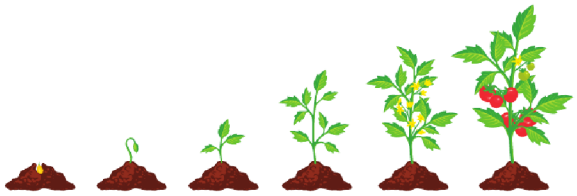
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3. $\log_2(x+2) - \log_2(x+5) + \log_2(x-3) = \frac{\ell n\, 3}{\ell n\, 2}$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4.



Birinci gün ekilen bir domates fidesi tohumunun boyu, dördüncü günün sonuna kadar her geçen gün $\log_2 6$ cm uzamaktadır.

Dördüncü günden sonra da her gün $\log_2 5$ cm uzamaktadır.

Buna göre, kaçıncı günün sonunda bu domates fidesinin boyu ilk defa 15 cm'nin üzerine çıkar?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

5. $\log_5(20 + 5^x) - 3 + x = 0$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

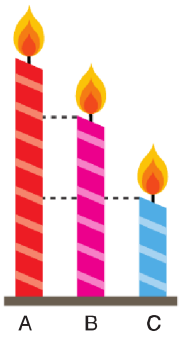
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

6. $\log_{(x+2)}(2x+4) = 3$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}+2$ C) $2-\sqrt{2}$ D) $-\sqrt{2}$ E) $\sqrt{2}-2$

7. Aşağıda A, B ve C mumlarının uzunlukları ve boy sırası verilmiştir.



A : $\log_3 81$ cm
B : $\log_2 (x - 3)$ cm
C : $\log_5 125$ cm

Buna göre, x'in alabileceği doğal sayı değeri kaç tanedir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

8. $2\ln(x - 2) + \ln(x - 4) \leq \ln(x - 2)$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(3 - \sqrt{2}, 4]$ B) $(4, 3 + \sqrt{2}]$ C) $(3 - \sqrt{2}, 3 + \sqrt{2}]$
D) $(2, 4)$ E) $(2, 4]$

9. $2\ln(3x + 2) < \ln(6x + 7)$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayısı kaçtır?

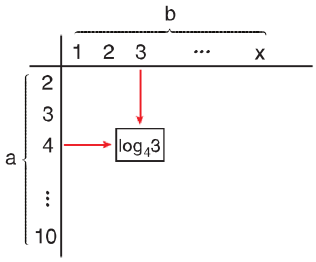
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

10. $4\ln x \leq \ln(27x)$

eşitsizliğini sağlayan x doğal sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 10

11. $\log_a b$ ifadesindeki a ve b sayıları aşağıda gösterilen tablodan seçilecektir.



a sayısı düşey hizadaki sayılardan, b sayısı yatay hizadaki sayılardan seçilecektir.

Örneğin; düşeyde 4 sayısı ile yatayda 3 sayısının buluştuğu yere $\log_4 3$ yazılmıştır.

Bu işlem tablodaki her sayı ikilisi için uygulandığında sonuç kısmındaki en büyük tam sayı 6 olmaktadır.

Buna göre, yatay hizadaki son sayı en çok kaç olabilir?

A) 65 B) 81 C) 101 D) 127 E) 255

1. A	2. C	3. C	4. D	5. E	6. E
7. C	8. B	9. A	10. D	11. D	

1. $\forall$ a ve b $\in \mathbb{R}^+$ için,

$f(a \cdot b) = f(a) + f(b)$

şartını sağlayan f fonksiyonu için f(32) = 5'tir.

Buna göre, $f(\sqrt{2})$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

2. $\sqrt{\log_3 x} - \log_3 \sqrt{x} = -4$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 3^{14} B) 3^{15} C) 3^{16} D) 3^{17} E) 3^{18}

3. $\ln(1 + 2x) \leq \ln 3 - \ln x$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (0, 1) B) (0, 1] C) (0, 2)

D) (0, 2] E) (0, 3)

4. Şekilde verilen masanın üst yüzeyi dikdörtgen biçimindedir. a ve b sayıları 1'den farklı pozitif reel sayılardır.

Bu dikdörtgenin kenarları $\log_3 a$ ve $\log_b 9$ birimdir.

Dikdörtgensel bölgenin alanı 2 br^2 olduğuna göre, dikdörtgenin kenarları ile ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) Bir kenar diğerinin 2 katı uzunluktadır.

B) Bir kenar diğerinin çarpmaya göre tersi uzunluktadır.

C) Bir kenar diğerinin üçte biri uzunluğundadır.

D) Bir kenar diğer kenarın çarpmaya göre tersinin 2 katı uzunluğundadır.

E) Bir kenar diğer kenarın çarpmaya göre tersinin 3 katı uzunluğundadır.

5. $\ln(x - 3) + \ln x \leq \ln x - \ln(x - 3)$

eşitsizliğini sağlayan <u>en küçük</u> x doğal sayı değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. Deren, A maddesinden $\log_3(x - 1)$ gram, Defne aynı A maddesinden $\log_9(3x + 1)$ gram alıyor.

Deren ve Defne, ücreti ödemek için kasaya gittiklerinde eşit miktarda para ödediklerine göre, x kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

ACİL MATEMATİK

7. Uzunluğu $\log_3(x-2)$ metre olan bir ipin ucundan 3 metrelik kısmı kesildiğinde, ipin uzunluğu 1 metreden kısa kalmaktadır.

Buna göre, x'in alabileceği kaç farklı doğal sayı değeri vardır?

A) 53 B) 54 C) 55 D) 56 E) 57

8. $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) > -3$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x doğal sayı değeri vardır?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

9. a, b $\in \mathbb{R}$ olmak üzere,

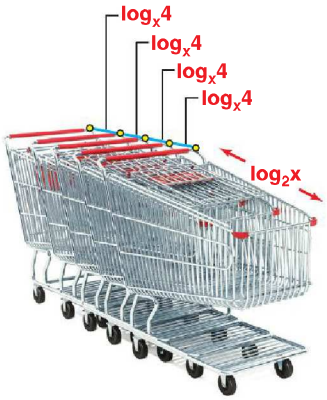
$$f_a(b) = \begin{cases} a^b, & a \geq b \\ a-1, & a < b \end{cases}$$

fonksiyonu tanımlanıyor.

Buna göre, $f_4(\log_2 9) + f_3(\log_5 300)$ toplamının sonucu kaçtır?

A) 79 B) 80 C) 81 D) 82 E) 83

10. Aşağıdaki görselde bir marketin iç içe geçirilmiş alışveriş arabaları gösterilmiştir.



Şekilde 5 tane alışveriş arabası iç içe geçirilmiş olup toplam uzunluk $\log_2 x + 4 \cdot \log_x 4$ birimdir.

Eğer; 15 tane alışveriş arabası iç içe geçirilseydi toplam uzunluk 11 birim olacağına göre, x'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 102 B) 116 C) 128 D) 132 E) 144

11. Farklı iki kenar uzunluğu $\log_5(4x-3)$ cm ve $\log_x 5$ cm olan bir dikdörtgenin alanı 2 cm^2 dir.

Buna göre, x değeri kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

1. A	2. C	3. B	4. D	5. A	6. D
7. A	8. E	9. E	10. E	11. D	

YANINDA BULUNSUN

n ve $x \in \mathbb{N}$ olmak üzere,

$n \le \log x < n+1 \Leftrightarrow$ x sayısı n + 1 basamaklıdır veya log x değerinin tam kısmının 1 fazlası basamak sayısını verir.

ÖRNEK

$\log 2 \cong 0{,}30103$

olduğuna göre, 2^{70} sayısı kaç basamaklı bir sayıdır?

ÇÖZÜM

$\log 2^{70} = 70 \cdot \log 2$
$= 70 \cdot 0{,}30103$
$= 7 \cdot 3{,}0103$
$= 21{,}0721$

22 basamaklı bir sayıdır.

ÖRNEK

$\log 3 \cong 0{,}47712$ ve
$\log 5 \cong 0{,}69897$

olduğuna göre, 45^{50} sayısı kaç basamaklı bir sayıdır?

ÇÖZÜM

$\log 45^{50} = 50 \cdot \log 45$
$= 50 \cdot \log (3^2 \cdot 5)$
$= 100 \cdot \log 3 + 50 \cdot \log 5$
$= 100 \cdot 0{,}47712 + 50 \cdot 0{,}69897$
$= 47{,}712 + 34{,}9485$
$= 82{,}6605$

83 basamaklı bir sayıdır.

ÖRNEK

$\log 2 \cong 0{,}30103$
$\log 3 \cong 0{,}47712$
$\log 5 \cong 0{,}69897$ olarak veriliyor.

$10^5 = d_1 d_2 d_3 \cdot \cdot \cdot d_k$ olarak yazıldığında k = 6 oluyor.

Bu yazılım mantığına göre,

$8^{20} = a_1 a_2 a_3 \cdot \cdot \cdot a_n$
$27^{10} = b_1 b_2 b_3 \cdot \cdot \cdot b_m$
$5^{60} = c_1 c_2 c_3 \cdot \cdot \cdot c_p$

n + m + p toplamının değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$\log 8^{20} = \log 2^{60}$
$= 60 \cdot 0{,}30103$
$= 18{,}0618 \Rightarrow n = 19$

$\log 27^{10} = \log 3^{30}$
$= 30 \cdot 0{,}47712$
$= 14{,}3136 \Rightarrow m = 15$

$\log 5^{60} = 60 \cdot 0{,}69897$
$= 41{,}9382 \Rightarrow p = 42$

$n + m + p = 19 + 15 + 42$
$= 76$

NOT

"**$\log_a x$ sayısının hangi iki tam sayı arasında olduğu**" sorulduğunda; **x sayısının, a'nın hangi kuvvetleri arasında** olduğuna bakılarak belirlenir.

ÖRNEK

log 15 sayısı hangi doğal sayılar arasındadır?

ÇÖZÜM

$\log 10 < \log 15 < \log 100$
$1 < \log 15 < 2$

$\log 15 \in (1, 2)$

ÖRNEK

$\log_3 30$, $\log_5 50$ ve $\log_2 40$

sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

ÇÖZÜM

$\log_2 32 < \log_2 40 < \log_2 64 \Rightarrow 5 < \log_2 40 < 6$

$\log_3 27 < \log_3 30 < \log_3 81 \Rightarrow 3 < \log_3 30 < 4$

$\log_5 25 < \log_5 50 < \log_5 125 \Rightarrow 2 < \log_5 50 < 3$

$\log_5 50 < \log_3 30 < \log_2 40$

ÖRNEK

$\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{5}\right)$ ve $\log_{\frac{1}{2}} 14$

sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

ÇÖZÜM

$\log_{\left(\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{1}{5}\right) = \log_2 5 \Rightarrow \log_2 4 < \log_2 5 < \log_2 8$

$\Rightarrow 2 < \log_2 40 < 3$

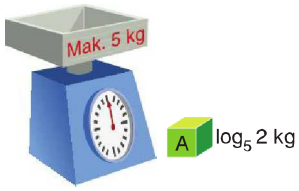
$\log_{\left(\frac{1}{2}\right)} 14 = -\log_2 14 \Rightarrow \log_2 8 < \log_2 14 < \log_2 16$

$\Rightarrow 3 < \log_2 40 < 4$

$\Rightarrow -4 < -\log_2 40 < -3$

$\log_{\left(\frac{1}{2}\right)} 14 < \log_{\left(\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{1}{5}\right)$

ÖRNEK



Yukarıdaki terazi en fazla 5 kg ağırlığı tartabilmektedir.

A maddesinin ağırlığı $\log_5 2$ kg dır.

Buna göre, aynı anda en fazla kaç tane A maddesinden tartılabilir?

ÇÖZÜM

$x \cdot \log_5 2 \le 5 \Rightarrow \log_5 2^x \le 5$

$\log_5 2^x \le \log_5 5^5$

$2^x \le 5^5$

$2^x \le 3125$

x en fazla 11 olabilir.

YANINDA BULUNSUN

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere,

$\log_a f(x)$ fonksiyonunun grafiği çizilirken;

1) $f(x) > 0$ olacak şekide x tanım kümesi belirlenir.
2) $f(x) = 1$ denkleminin çözüm kümesi bulunarak x eksenini kestiği nokta bulunur.
3) $a > 1$ ise grafik artan,
   $0 < a < 1$ ise grafik azalan olur.

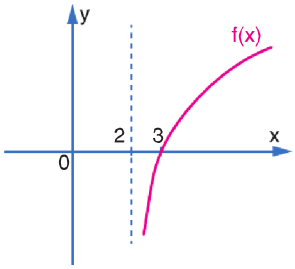
ÖRNEK

$f(x) = \log_3 (x - 2)$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

1) $x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$
2) $x - 2 = 1 \Rightarrow x = 3$
3) $3 > 1$ olduğundan artan bir fonksiyondur.



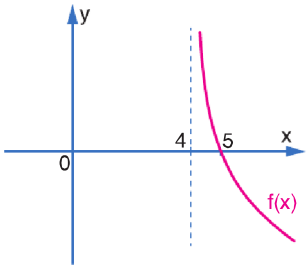
ÖRNEK

$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} (x - 4)$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

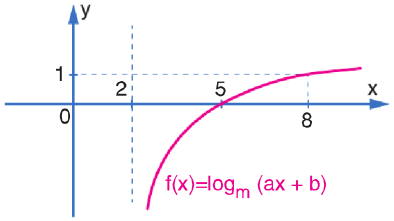
ÇÖZÜM

1) $x - 4 > 0 \Rightarrow x > 4$
2) $x - 4 = 1 \Rightarrow x = 5$
3) $0 < \frac{1}{2} < 1$ olduğundan azalan bir fonksiyondur.



ÖRNEK

Aşağıda, $f(x) = \log_m(ax + b)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, a – b + m işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

$x = 2$ için $ax + b = 0 \Rightarrow 2a + b = 0$

$x = 5$ için $ax + b = 1 \Rightarrow 5a + b = 1$

$$a = \frac{1}{3},\ b = -\frac{2}{3}$$

$$f(x) = 1 \Rightarrow \log_m\left(\frac{x}{3} - \frac{2}{3}\right) = 1$$

$$f(8) = 1 \Rightarrow \log_m\left(\frac{8}{3} - \frac{2}{3}\right) = 1$$

$$\Rightarrow m = 2$$

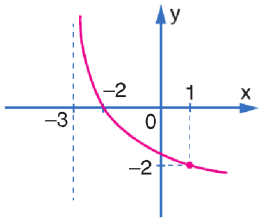
$$a - b + m = \frac{1}{3} - \left(-\frac{2}{3}\right) + 2$$

$$= 1 + 2$$

$$= 3$$

ÖRNEK

Aşağıda, $f(x) = \log_a(bx + c)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, 2a + c – b işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

$x = -3 \Rightarrow -3b + c = 0$

$x = -2 \Rightarrow -2b + c = 1$

$$b = 1,\ c = 3$$

$f(x) = \log_a(x + 3)$

$f(1) = -2 \Rightarrow \log_a 4 = -2$

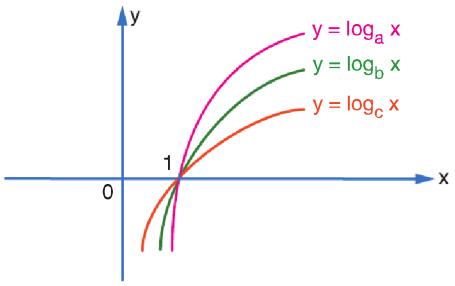
$$a^{-2} = 4$$

$$a^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$2a + c - b = 1 + 3 - 1 = 3$

NOT

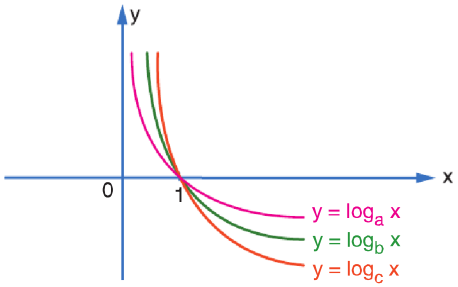
1) a, b ve $c \in (1, \infty)$ olmak üzere,



$a < b < c$

Taban büyüdükçe fonksiyonun grafiği eksenlere yaklaşır.

2) a, b ve $c \in (0, 1)$ olmak üzere,

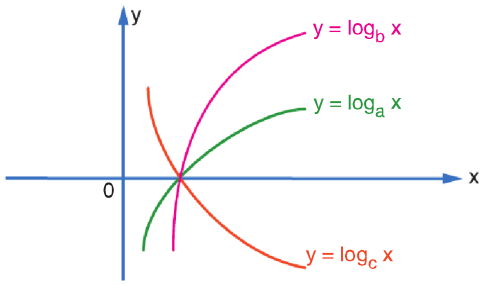


$a < b < c$

Taban küçüldükçe fonksiyonun grafiği eksenlere yaklaşır.

ÖRNEK

Aşağıda $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ ve $y = \log_c x$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre; a, b ve c sayılarını sıralayınız.

ÇÖZÜM

a ve b $\in (1, \infty)$ artan olduğundan

c $\in (0, 1)$ azalan olduğundan

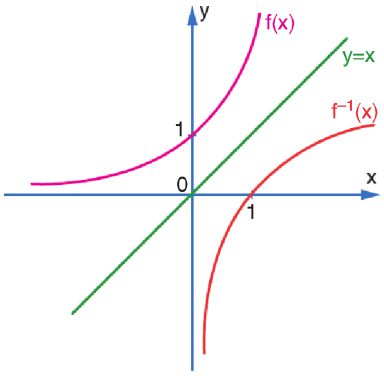
$b < a \Rightarrow$ Taban büyüdükçe fonksiyonun grafiği eksenlere yaklaşır.

$c < b < a$ olur.

NOT

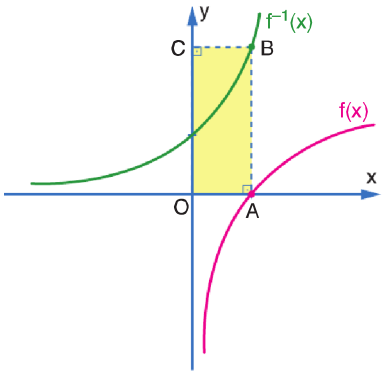
Bir fonksiyon ile bu fonksiyonun tersi y = x doğrusuna göre simetrik iki grafiğe sahiptir.

$f(x) = a^x$ fonksiyonunun grafiği y = x doğrusuna göre simetriği olan $f^{-1}(x) = \log_a x$ fonksiyonu olur.



ÖRNEK

Aşağıda, $f(x) = \log_2(x - 1)$ fonksiyonunun ve $f^{-1}(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, ABCO dikdörtgeninin alanını bulunuz.

ÇÖZÜM

$f(x) = \log_2(x - 1)$

A noktası $\Rightarrow$ $x - 1 = 1$

$x = 2$

C noktası $\Rightarrow$ $f^{-1}(x) = 2^x + 1$

$f^{-1}(2) = 2^2 + 1$

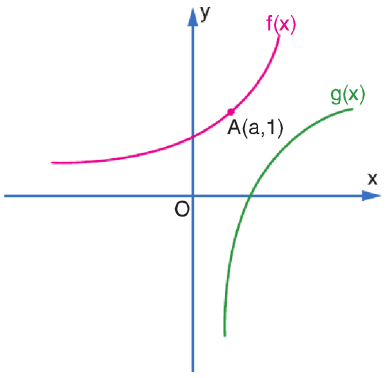
$= 5$ $\Rightarrow$ C noktası (0, 5)

Dikdörtgenin alanı $= 2 \cdot 5$

$= 10$ birimkaredir.

ÖRNEK

Aşağıda, $f(x) = \frac{e^x}{2}$ ve $g(x) = \ell n(2x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



f(x) ve g(x) fonksiyonları arasındaki en kısa uzaklık k olmak üzere, f(x)'in g(x)'e en yakın noktası A(a, 1)'dir.

Buna göre, $\sqrt{2} \cdot a + k$ toplamı kaçtır?

(e doğal logaritma tabanı)

ÇÖZÜM

$f(a) = 1 \Rightarrow \frac{e^a}{2} = 1 \Rightarrow e^a = 2 \Rightarrow a = \ell n 2$

$f^{-1}(x) = g(x)$ olduğuna göre f ve g fonksiyonlarının grafikleri y = x doğrusuna göre simetriktir.

A($\ell n 2$, 1) noktasının x – y = 0 doğrusuna olan uzaklığını bulalım.

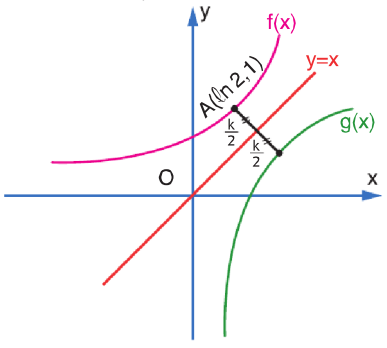
$$\frac{k}{2} = \frac{|\ell n 2 - 1|}{\sqrt{1+1}} \Rightarrow k = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot (1 - \ell n 2)$$

$$= \sqrt{2} \cdot (1 - \ell n 2)$$

$$\sqrt{2} \cdot a + k = \sqrt{2} \cdot (\ell n 2) + \sqrt{2} \cdot (1 - \ell n 2)$$

$$= \sqrt{2} \cdot (\ell n 2) + \sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot (\ell n 2)$$

$$= \sqrt{2}$$



$A(x_1, y_1)$ noktasının $ax + by + c = 0$ doğrusuna olan uzaklığı

$$\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

formülü ile hesaplanır.

NOT

Üstel ve Logaritma Fonksiyonunun Günlük Hayat Problemlerine Uygulanması

Yapılan bir araştırmanın sonuçları çok büyük veya çok küçük çıktığında bu sonuçlarla karşılaştırma yapmak zordur. Bu değerler yerine, elde edilen değerlerin logaritmalarını alarak ölçek üzerinde karşılaştırmak daha kolaydır. Bu şekilde logaritmik ölçekler oluşturabiliriz. Sesin şiddeti için desibel ölçeği, depremlerin büyüklüğü için Richter ölçeği, asitliği ölçmek için pH ölçeği kullanılır.

YANINDA BULUNSUN

Desibel Ölçeği

İnsan kulağı belirli bir frekans aralığındaki sesleri duyabilmektedir. Duyulabilen en yüksek sesin şiddeti, en düşük sesin şiddetinin 10^6 katıdır. Bu şiddeti ölçmek için Desibel Ölçeği kullanılır.

B : Ses düzeyi (Desibel),

I : Sesin şiddeti,

I_0 : 10^{-12} w/m^2 olmak üzere,

$$B = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$= 10 \cdot \log(10^{12} \cdot I)$$

şeklinde tanımlanır.

ÖRNEK

Ses düzeyi 110 dB olan gök gürültüsünün oluşturduğu sesin şiddetini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$B = 10 \cdot \log(10^{12} \cdot I)$$

$$110 = 10 \cdot \log(10^{12} \cdot I) \Rightarrow 10^{12} \cdot I = 10^{11}$$

$$I = 10^{-1} \text{ w/m}^2$$

ÖRNEK

30 dB ile arkadaşına fısıldayan bir kişinin komşusu, 90 dB ile çalışan çim biçme makinesi kullanıyor.

Buna göre, çim biçme makinesinin çıkardığı ses şiddeti, fısıltının ses şiddetinin kaç katıdır?

ÇÖZÜM

$$B_Ç = 10 \cdot \log(10^{12} \cdot I_Ç) \Rightarrow I_Ç = \frac{10^9}{10^{12}}$$

$$B_F = 10 \cdot \log(10^{12} \cdot I_F) \Rightarrow I_F = \frac{10^3}{10^{12}}$$

$$\frac{I_Ç}{I_F} = \frac{\frac{10^9}{10^{12}}}{\frac{10^3}{10^{12}}} = \frac{10^9}{10^3} = 10^6 \text{ katıdır.}$$

YANINDA BULUNSUN

pH Ölçeği

Bir sulu çözeltideki H^+ iyonunun sayısını ifade eden bir ölçektir.

H^+ : 1 litredeki hidrojen iyonuna (mol/ℓt) eşit olmak üzere,

$$pH = -\log |H^+|$$

- pH < 7 ise çözelti asidik,
- pH = 7 ise nötr,
- pH > 7 ise çözelti bazik olur.

ÖRNEK

Bir çözeltideki H^+ miktarı 0, 00007 mol/ℓt olduğuna göre, bu çözeltinin pH değerini bulunuz. (log 7 ≅ 0,36)

ÇÖZÜM

$$pH = -\log(7 \cdot 10^{-5})$$

$$= -(\log 7 + \log(10^{-5}))$$

$$= -(\log 7 - 5)$$

$$= 5 - \log 7$$

$$= 5 - 0{,}36$$

$$= 4{,}64 \Rightarrow \text{asidik bir çözelti}$$

ÖRNEK

pH değeri 8,30 olan yukarıdaki su şişesinin içindeki suyun H^+ konsantrasyonunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$8{,}3 = -\log|H^+|$

$H^+ = 10^{-8,3}$ mol/ℓt

ÖRNEK

pH değeri 7,2 olan A marka suda bulunan H^+ iyon konsantrasyonu, pH değeri 6,4 olan B marka suda bulunan H^+ iyon konsantrasyonunun kaç katıdır?

ÇÖZÜM

A $\Rightarrow$ $7{,}2 = -\log|H^+|$

$H^+ = 10^{-7,2}$ mol/ℓt

B $\Rightarrow$ $6{,}4 = -\log|H^+|$

$H^+ = 10^{-6,4}$ mol/ℓt

$$\frac{10^{-7,2}}{10^{-6,4}} = 10^{-7,2+6,4}$$

$= 10^{-0,8}$

YANINDA BULUNSUN

Richter Ölçeği

Richter ölçeğine göre bir depremin büyüklüğü;

R : Depremin büyüklüğü,

I : Depremin şiddeti,

I_0 : Depremin minimum seviyedeki şiddeti olmak üzere,

$$R = \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

bağıntısı ile hesaplanır.

ÖRNEK

Richter ölçeğine göre büyüklüğü 7,4 olan Gölcük depreminin şiddeti, büyüklüğü 5,4 olan Denizli / Acıpayam depreminin şiddetinin kaç katıdır?

ÇÖZÜM

$$R_G = \log\left(\frac{I_G}{I_0}\right) \Rightarrow I_G = 10^{7,4} \cdot I_0$$

$$R_A = \log\left(\frac{I_A}{I_0}\right) \Rightarrow I_A = 10^{5,4} \cdot I_0$$

$$\frac{I_G}{I_A} = \frac{10^{7,4} \cdot I_0}{10^{5,4} \cdot I_0}$$

$= 10^2 \Rightarrow$ 100 katı

ÖRNEK

2011 yılında Van'da meydana gelen 7,2 büyüklüğündeki depremin şiddeti, daha sonra meydana gelen artçı sarsıntının 1000 katı şiddetinde olduğuna göre, artçı sarsıntının büyüklüğünü bulunuz.

ÇÖZÜM

I_D : Depremin şiddeti, I_A : Artçının şiddeti,

$I_D = 1000 \cdot I_A$

$10^{7,2} \cdot I_0 = 1000 \cdot 10^x \cdot I_0$

$10^{7,2} = 10^{3+x}$

$3 + x = 7{,}2$

$x = 4{,}2$ büyüklüğünde olmuştur.

NOT

Başlangıç değeri n ve t zamandaki değişim miktarı y olmak üzere,

$y = n \cdot e^{k \cdot t}$

bağıntısına üstel değişim bağıntısı denir.

- $k > 0$ ise üstel büyüme,
- $k < 0$ ise üstel bozunma olarak ifade edilir.

(e doğal logaritma tabanı)

YANINDA BULUNSUN

Moore Yasası

Moore'a göre bir bilgisayar işlemcisi üzerindeki transistör sayısı her iki yılda bir ikiye katlanır.

Q_0 : Başlangıçtaki transistör sayısı

$Q_{(t)}$: t yıl sonraki transistör sayısı olmak üzere,

$$Q_{(t)} = Q_0 \cdot e^{k \cdot t}$$

bağıntısı vardır.

$$Q_{(2)} = 2 \cdot Q_0 \Rightarrow Q_0 \cdot e^{2k} = 2 \cdot Q_0$$
$$e^{2k} = 2$$
$$2k = \ln 2$$
$$k = \frac{\ln 2}{2}$$
$$Q_{(t)} = Q_0 \cdot e^{\frac{\ln 2}{2} \cdot t}$$
$$Q_{(t)} = Q_0 \cdot 2^{\frac{t}{2}}$$

bağıntısı elde edilir.

(e doğal logaritma tabanı)

ÖRNEK

2012 yılında çıkan, İntel 4 çekirdekli işlemcilerde 1,7 milyar transistör bulunduğuna göre, İntel firmasının 2020 yılında çıkaracağı işlemcide kaç tane transistör bulunur?

ÇÖZÜM

$$Q_{(8)} = 1{,}7 \cdot 10^9 \cdot 2^{\frac{8}{2}}$$
$$= 1{,}7 \cdot 10^9 \cdot 16$$
$$= 27{,}2 \cdot 10^9 \Rightarrow \text{Yaklaşık 27 milyar transistör bulunur.}$$

ÖRNEK

2019 yılında 2,1 milyar transistör kullanılarak yapılan bir işlemci geliştirerek 33,6 milyar transistör sayısına çıkarmak isteyen bir şirketin, bunu hangi yılda gerçekleştirebileceğini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$Q_{(t)} = Q_0 \cdot 2^{\frac{t}{2}}$$
$$33{,}6 \cdot 10^9 = 2{,}1 \cdot 10^9 \cdot 2^{\frac{t}{2}}$$
$$16 = 2^{\frac{t}{2}} \Rightarrow \frac{t}{2} = 4 \Rightarrow t = 8$$

2019 + 8 = 2027 yılında

YANINDA BULUNSUN

Newton'un Soğuma Yasası

Maddeler çevrelerinin sıcaklığına bağlı olarak soğur.

T_S : Çevrenin sabit sıcaklığı

T_0 : Cismin başlangıçtaki sıcaklığı

$T_{(t)}$: Cismin t anındaki sıcaklığı

k : k soğuma sabiti olmak üzere,

$$T_{(t)} = T_S + (T_0 - T_S) \cdot e^{-k \cdot t}$$

bağıntısı vardır.

ÖRNEK

40°C dereceye kadar ısınmış bir suyu, hava sıcaklığı 15°C derece olan bir bahçeye çıkardığımızda 5 dakikada sıcaklığı 20°C dereceye düşüyorsa, aynı suyun 10 dakikada kaç dereceye düşeceğini bulunuz.

ÇÖZÜM

$T_{(t)} = 20°C$
$T_S = 15°C$
$T_0 = 40°C$
$t = 5$

$$20 = 15 + (40 - 15) \cdot e^{-5k}$$
$$e^{-5k} = \frac{5}{25}$$
$$e^{-5k} = \frac{1}{5}$$

$T_{(10)} = ?$
$T_S = 15°$
$T_0 = 40°$
$t = 10$

$$T_{(10)} = 15 + (40 - 15) \cdot e^{-10k}$$
$$= 15 + 25 \cdot (e^{-5k})^2$$
$$= 15 + 25 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2$$
$$= 15 + 1$$
$$= 16°C \text{ dereceye düşer.}$$

AÇIL MATEMATİK

YANINDA BULUNSUN

Bileşik Faiz

Anapara faize yatırılıp, sürenin sonunda anaparaya faiz eklenip para tekrar faize yatırılıyorsa, bu faize bileşik faiz denir.

A : Anapara,
F : Getirdiği faiz,
n : Faiz yüzdesi,
t : zaman olmak üzere,

$$A + F = A \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^t$$

bağıntısı vardır.

ÖRNEK

10000 TL'si olan bir kişi, parasını %10 bileşik faizle bankaya yatırırsa 2 yıl sonra kaç TL'si olur?

ÇÖZÜM

$$A + F = A \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^t$$

$$= 10000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2$$

$$= 10000 \cdot \left(\frac{11}{10}\right)^2$$

$$= 10000 \cdot \frac{121}{100}$$

= 12100 TL'si olur.

ÖRNEK

Bir öğrenci, pazartesi günü 16 adet soru çözüyor. Salı günü, pazartesi çözdüğü soru sayısının $\frac{1}{2}$'si kadar fazla soru çözüyor. Bu şekilde her gün bir önceki gün çözdüğü soru sayısını $\frac{1}{2}$'si kadar artırarak ilerliyor.

Buna göre, hangi gün çözdüğü toplam soru sayısı, pazartesi günü çözdüğü soru sayısının $\frac{81}{16}$ katı olur?

ÇÖZÜM

$$\frac{81}{16} \cdot 16 = 16 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right)^t$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{81}{16}$$

t = 4 gün sonra

Buna göre cuma günü olur.

YANINDA BULUNSUN

Fosil Yaşının Hesaplanması

Fosil yaşı hesaplama yöntemine Karbon 14 yöntemi denir. Her canlı organizmada bulunan Karbon 14, canlı öldükten sonra bozunmaya başlar. Bu bozunma oranına göre fosilin yaşı hesaplanır.

$t_{\frac{1}{2}}$: Karbon 14'ün yarılanma ömrü (5700 yıl),

$\frac{N_t}{N_0}$: İncelenen fosildeki Karbon 14'ün canlı dokulardaki Karbon 14 miktarına oranı,

olmak üzere, fosilin yaşı $t = \frac{\ln\left(\frac{N_t}{N_0}\right)}{-0,693} \cdot t_{\frac{1}{2}}$ formülü ile bulunur.

ÖRNEK

Bulunan bir balık fosilindeki Karbon 14 miktarı canlı bir dokunun %40'ı olduğuna göre, balık fosilinin yaklaşık yaşı kaçtır?

$(\ln(0,4) \cong -0,9)$

ÇÖZÜM

$$t = \frac{\ln\left(\frac{N_t}{N_0}\right)}{-0,693} \cdot 5700 = \frac{\ln(0,4)}{-0,693} \cdot 5700$$

$$= \frac{-0,9}{-0,693} \cdot 5700 = \frac{9 \cdot 570}{0,693} = \frac{5130}{0,693}$$

$\cong$ 7402 yıl

1. Neval ile Şevval 51 tane oyuncağı sırasıyla 3^{14} ve 5^{13} sayılarının basamak sayılarıyla doğru orantılı olacak şekilde paylaşıyor.

Buna göre, Neval kaç oyuncak almıştır?
$(\log 3 \cong 0{,}48,\ \log 5 \cong 0{,}7)$

A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

2. $\log 2 \cong 0{,}301$

olduğuna göre, 16^{15} sayısı kaç basamaklı bir sayıdır?

A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

3. Aslı, Burak, Can, Deniz ve Ege sırasıyla

$-\log_2 60$, $\log_{\frac{1}{3}} 100$, $\log_{\frac{1}{2}} 80$, $\log_{\frac{1}{5}} 130$ ve $\log_{\frac{1}{2}} 70$

sayılarını söylüyorlar.

Buna göre, <u>en küçük</u> sayıyı kim söylemiştir?

A) Aslı B) Burak C) Can D) Deniz E) Ege

4. $a = -\log_{\frac{1}{5}} 50$

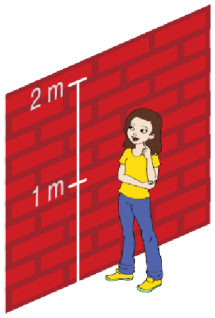
$b = -\log_3 50$

$c = \log_{\sqrt{2}} 7$

olduğuna göre, a, b ve c sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $b < c < a$ B) $b < a < c$ C) $a < b < c$ D) $a < c < b$ E) $c < b < a$

5.

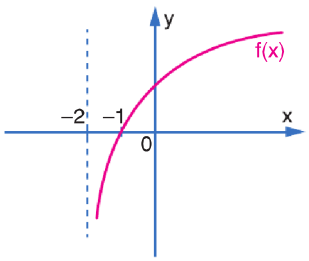


Ecrin yolda yürürken duvarda çizilmiş olarak 1 m ve 2 m çizgilerini görüyor.

Buna göre, Ecrin'in boyu metre olarak aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $-\log_{\frac{1}{7}} 10$ m B) $\log_2 10$ m C) $\log_5 3$ m D) $\log_{\sqrt{3}} 5$ m E) $\log_7 5$ m

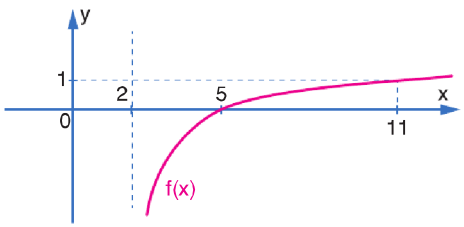
6. Aşağıda, $f(x) = \log_3(ax + b)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f^{-1}(4)$ değeri kaçtır?

A) 7 B) 25 C) 29 D) 79 E) 83

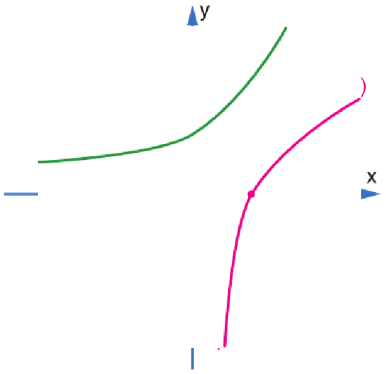
7. Aşağıda, $f(x) = \log_a(bx - c)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $a + 3b + 6c$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

8. Aşağıda verilen grafikte f(x) ve g(x) fonksiyonları y = x doğrusuna göre simetriktir.



|OD| = 2 br

$f(x) = \log_3(x + a)$

olduğuna göre, OCBA dikdörtgeninin alanı kaç br² dir?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

9. B: Ses düzeyi (Desibel)

I: Sesin şiddeti olmak üzere

$$B = 10 \cdot \log(10^{12} \cdot I)$$

bağıntısı vardır.

Yoğun cadde trafiğinin ses düzeyi 80 dB, rock müzik konserinin ses düzeyi 110 dB olarak verilmiştir.

Rock müzik konserinin ses şiddeti, yoğun cadde trafik ses şiddetinin kaç katıdır?

A) 10^3 B) 10^4 C) 10^5 D) 10^6 E) 10^7

10. Bir çözeltideki hidrojen iyonu miktarı H^+ olmak üzere,

$$pH = -\log|H^+|$$

bağıntısı ile hesaplanmaktadır.

Elimizdeki çözeltide H^+ miktarı 0,000008 mol/ℓt olduğuna göre, bu çözeltinin pH değeri kaçtır?

$(\log 2 \cong 0{,}3)$

A) 4,9 B) 5,1 C) 5,9 D) 6,1 E) 6,9

11. Oşinografiye (okyanus bilimi) göre bir sahilin eğimi m, sahilde bulunan kum taneciklerinin ortalama çapı r (mm) olmak üzere,

$$m = 0{,}159 + 0{,}118 \cdot \log r$$

bağıntısı vardır.

Buna göre, eğimi 0,277 olan bir sahildeki kum tanecik-lerinin ortalama çapı kaç mm olur?

A) 10^{-2} B) 10^{-1} C) 1 D) 10 E) 20

12. A: Anapara

F: Getirdiği bileşik faiz

n: Faiz yüzdesi

t: Zaman olmak üzere

$$A + F = A \cdot \left(1 + \frac{n}{100}\right)^t$$

bağıntısı vardır.

5000 TL'si olan Fuat, 200000 TL parasının olmasını istiyor. Elindeki parayı yıllık %20 bileşik faiz ile bankaya yatırıyor.

Fuat'ın istediği miktara sahip olabilmesi için <u>en az</u> kaç yıl geçmesi gerekir?

$(\log 2 \cong 0{,}3,\ \log 3 \cong 0{,}48)$

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

1. D	2. C	3. C	4. B	5. A	6. D
7. E	8. B	9. A	10. B	11. D	12. E

1. $\dfrac{(-7)^5 \cdot (-7^4) \cdot (-7)^8}{(-7^3)^2 \cdot (-7^2)^5}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -7^{23} B) -7^2 C) -7 D) 7 E) 7^2

2. Ahmet elindeki ipi önce 8 parçaya ayırıyor, sonra ayırdığı her parçayı 8 parçaya daha ayırıyor. Bu işlemi 5 defa daha tekrarlıyor.

Berkay ise kendi elindeki ipi önce 4 parçaya ayırıyor, sonra ayırdığı her parçayı 4 parçaya daha ayırıyor. Bu işlemi 8 defa daha tekrarlıyor.

Buna göre, Ahmet'in elde ettiği toplam parça sayısı ile Berkay'ın elde ettiği toplam parça sayısının çarpımı kaçtır?

A) 2^{41} B) 2^{40} C) 2^{39} D) 2^{38} E) 2^{37}

3. $(3x + 1)^{(3x-2)} = 1$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

4. $f: \mathbb{R} \to (2, \infty)$

$f(x) = 2^{x-3} + 2$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\log_2(8x + 16)$ B) $\log_2(8x) + 16$ C) $\log_2(8x) - 16$

D) $\log_2(x - 2) - 3$ E) $\log_2(8x - 16)$

5. $\log_5(2 - \log_7(x - 2)) = \log_{25} 9$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 15 B) 7 C) $\frac{15}{7}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{15}$

6. $h(x) = 2\log x - \log(5 - x)$

fonksiyonunun <u>en geniş</u> tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 5)$ B) $(-\infty, 5) - \{0\}$ C) $(0, 5)$

D) $[5, \infty)$ E) $(0, \infty)$

7. x ve y pozitif birer gerçek sayıdır.

Buna göre,

$x^{\frac{1}{\log_y x}}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) x B) y C) x^y D) $\frac{1}{x}$ E) $\frac{1}{y}$

8. $f(x) = e^{2x-1}$

$g(x) = (-3)^{x+3}$

$k(x) = (\sqrt{5})^{5-x}$

$m(x) = 7^{2k+3}$

$n(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{2-x}$

Yukarıda verilen ifadelerden kaç tanesi üstel fonksiyon değildir?

(e doğal logaritma tabanı)

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. $\bullet A = A^2$

$A\bullet = A^{-2}$

olarak tanımlanıyor.

$\frac{\bullet 16}{4\bullet} = \bullet B$ dir.

Buna göre, B'nin pozitif değeri kaçtır?

A) 16 B) 32 C) 64 D) 81 E) 100

10. a sayma sayısı olmak üzere,

$\underbrace{a^a + a^a + \cdots + a^a}_{3 \bullet \text{ a tane}} = 243$

eşitliğini sağlayan, a değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. • $f(x) = 7^{5-2x}$ • $g(x) = -9^{4-7x}$ • $h(x) = 5^{6x+3}$

• $m(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{7-5x}$ • $n(x) = -\left(\frac{4}{5}\right)^{3-x}$

üstel fonksiyonlarından kaç tanesi artan fonksiyondur?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $\frac{x^a}{b^y} = a^x \cdot b^{-y}$

işlemleri tanımlanıyor.

Buna göre, $\frac{(5^{\frac{2}{}}) \cdot (4^{\frac{3}{}})}{(8^{\frac{2}{}})}$ **işleminin sonucu kaçtır?**

A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

1. C	2. A	3. D	4. E	5. C	6. C
7. B	8. B	9. C	10. B	11. C	12. E

1. $\dfrac{2^7 + 3\cdot 2^6 - 2^5}{2^6 - 2^4}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. $a < 0$ olmak üzere,

$$\frac{(-a)^3\cdot(-a^2)^3\cdot(-a^3)^2}{|a^3|\cdot(-a)^4}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-a^4$ B) a^{16} C) $-a^{16}$ D) a^8 E) $-a^8$

3. $\log_{\sqrt{7}}\left[\log_2\left(\log_{\sqrt{5}}(x-3)\right)\right] = 0$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

4. Uygun şartlarda tanımlı

$f(x) = \log_3(2x-1)$,

$h(x) = \ln(e^2 x)$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(h^{-1}$ o $f)(5)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

(e doğal logaritma tabanı)

A) $\dfrac{1}{e^2}$ B) $\dfrac{1}{e}$ C) 1 D) e E) e^2

5. $\log_3(a^2)$ ile $\log_3(a^3)$ sayıları artan ardışık iki pozitif çift doğal sayıdır.

Buna göre, $\log_a 27$ değeri kaçtır?

A) $\dfrac{11}{2}$ B) $\dfrac{9}{2}$ C) $\dfrac{7}{2}$ D) $\dfrac{5}{2}$ E) $\dfrac{3}{2}$

6. $\log_{\sqrt{9-2\sqrt{20}}}\sqrt{9+2\sqrt{20}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) $\sqrt{5}$

AÇIL MATEMATİK

7. Gizem Öğretmen, öğrencisi İlayda'dan

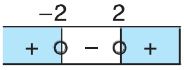
$f(x) = \log_3(x-2) + \log_3(x+2)$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulmasını istiyor. İlayda aşağıdaki adımları uygulayarak soruyu çözüyor.

I. adım : " $f(x) = \log_3(x^2-4)$ "

II. adım : " $x^2 - 4 > 0$ olmalı "

III. adım : "



"

IV. adım : " En geniş tanım kümesi $(-\infty,-2) \cup (2,\infty)$ olur "

Buna göre, İlayda hangi adımda hata yapmıştır?

A) I. adımda

B) II. adımda

C) III. adımda

D) IV. adımda

E) Soru doğru çözülmüştür.

8. $f: \left(\frac{7}{2}, \infty\right) \to \mathbb{R}$

$f(x) = 3 - \log_3(2x-7)$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

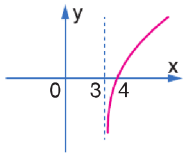
A) $\frac{7-3^{3-x}}{2}$ B) $\frac{3^{3-x}+7}{2}$ C) $\frac{3^{x-3}+7}{2}$

D) $\frac{3^{x-3}-7}{2}$ E) $\frac{3^{3-x}-7}{2}$

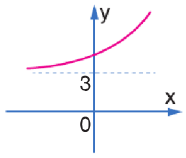
9. $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x-3)$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

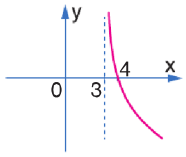
A)



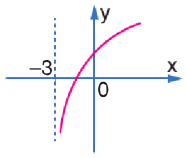
B)



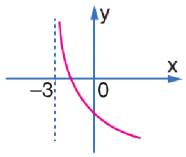
C)



D)



E)



10. $2\log_2 a + \log_2 b = 12$

$\log_2 a - 2 \cdot \log_2 b = 1$

olduğuna göre, $\log_a b$ değeri kaçtır?

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{5}$

1. C	2. E	3. C	4. C	5. E
6. A	7. A	8. B	9. C	10. D

1. $3^{y-x+5} = 15^{10}$

olduğuna göre, 3^{x-y+5} değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 15^{-10} B) 5^{-10} C) 3^{-10} D) 3^{10} E) 5^{10}

2. $2^6 - 2^9 + 2^x$

ifadesi bir tam sayının karesidir.

Buna göre, x kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

3. $f(x) = 5 \cdot x^{13} - 4 \cdot x^{11} - x^{15} + 2 \cdot x^3 + 5$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f(2) değeri kaçtır?

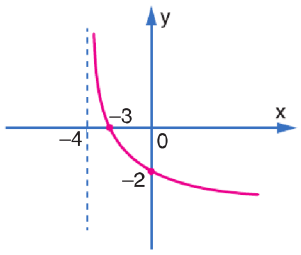
A) 24 B) 23 C) 22 D) 21 E) 20

4. Bir dikdörtgenin kenar uzunlukları $\log_2\left(\frac{40}{3}\right)$ cm ve $\log_4\left(\frac{9}{25}\right)$ cm'dir.

Buna göre, dikdörtgenin çevresi kaç cm'dir?

A) 1 B) 3 C) 6 D) 8 E) 9

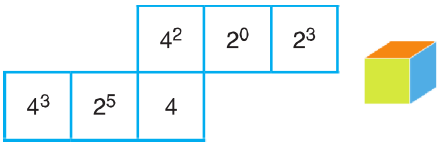
5.



Yukarıda verilen grafik, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisine aittir?

A) $\log_2(x+4)$ B) $-\log_2(x-4)$ C) $\log_2(x-4)$
D) $-\log_2(x+4)$ E) $\log_2(4-x)$

6. Aşağıda, bir küpün açık şekli verilmiştir. Şekil katlanıp bir küp elde ediliyor.



Küpün karşılıklı yüzeylerdeki sayılar çarpıldığında elde edilen <u>en büyük</u> sayı kaçtır?

A) 2^5 B) 2^6 C) 2^7 D) 2^8 E) 2^9

ACİL MATEMATİK

7. $\log 2 = a$

olduğuna göre, $\log_8 5$ ifadesinin a cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a-1}{3a}$ B) $\frac{a-1}{a}$ C) $\frac{a-1}{3}$ D) $\frac{1-a}{3a}$ E) $\frac{1-a}{3}$

8. $f(x) = \log_{(2x-2)}(x^2 - 6x)$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesindeki en küçük doğal sayı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

9. $\log_y x = 5$

$\log_y z = 2$

olduğuna göre, $\log_{(x \cdot z)} y + \log_x z$ toplamının değeri kaçtır?

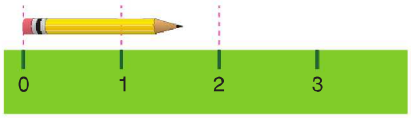
A) $\frac{37}{5}$ B) $\frac{19}{5}$ C) $\frac{37}{35}$ D) $\frac{19}{35}$ E) $\frac{2}{35}$

10. Richter ölçeği sadece depremin büyüklüğü hakkında değil, depremde salınan enerji hakkında da bilgi verir. Bir depremin büyüklüğü Richter ölçeğine göre 1 birim arttığında depremin yıkıcı gücü $10^{\frac{3}{2}}$ katına çıkar.

Buna göre, 7,4 büyüklüğündeki Gölcük depremi, 5,4 büyüklüğündeki Acıpayam depreminin kaç katı yıkıcı güce sahiptir?

A) 10 B) 100 C) 10^3 D) 10^4 E) 10^9

11. $\log_3(x - 2)$ cm uzunluğuna sahip kalem, cetvel ile yan yana getirildiğinde aşağıdaki görüntü oluşuyor.

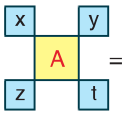


Buna göre, x yerine kaç tane doğal sayı yazılabilir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1. B	2. E	3. D	4. C	5. D	6. D
7. D	8. E	9. D	10. C	11. D	

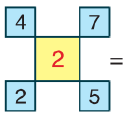
1.



$= A^{x\cdot t - y\cdot z}$

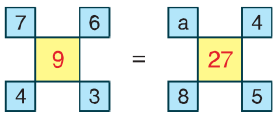
olarak tanımlanıyor.

Örnek olarak;



$= 2^{4\cdot 5 - 2\cdot 7} = 2^6$ olur

Buna göre,



eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. $\dfrac{1 + 5^{x-y+5}}{1 + 5^{y-x-5}} = 625$

olduğuna göre, x – y farkı kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 1 D) –1 E) –5

3. Bir popülasyondaki nüfus değişimi,

P_0 : Başlangıçtaki Nüfus

P : t Yıl Sonraki Nüfus

olmak üzere, $P = P_0 \cdot e^{0,01 \cdot t}$ bağıntısı ile hesaplanır.

Buna göre, bir ilçedeki öğrenci sayısı 5000 iken kaç yıl sonra 15000 olacaktır?
(ln3 ≅ 1,1)

A) 90 B) 100 C) 110 D) 120 E) 130

4. $3^{2x} - 6^x - 2^{2x+1} = 0$

olduğuna göre, $\left(\dfrac{3}{2}\right)^x$ **değeri kaçtır?**

A) 1 B) $\dfrac{3}{2}$ C) 2 D) $\dfrac{9}{4}$ E) 3

5. $8^{x-3} < 2^{x+1}$

eşitsizliğini sağlayan x doğal sayılarının toplamı kaçtır?

A) 15 B) 10 C) 6 D) 3 E) 1

6. $\dfrac{\log_{(0,25)} \sqrt[3]{4} + \log_{(0,2)} 25}{\log_{(0,3)} (0,09) - \log_{\sqrt{27}} 9}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\dfrac{7}{2}$ B) $\dfrac{8}{3}$ C) $\dfrac{7}{3}$ D) $-\dfrac{7}{3}$ E) $-\dfrac{7}{2}$

ACİL MATEMATİK

7. $f: \left(\frac{1}{2}, \infty\right) \to \mathbb{R}$

$f\left(\frac{x+3}{2}\right) = \log_3(x+2)$

olduğuna göre $f(5) + f^{-1}(4)$ toplamının değeri kaçtır?

A) 40 B) 41 C) 42 D) 43 E) 44

8. e doğal logaritma tabanı olmak üzere,

$\ell n(a+1) = 3$ ve

$\ell n(b - e - 1) = 2$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\frac{a}{b}$ oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^3 + 1$ B) e^3 C) $e^3 - 1$ D) $e + 1$ E) $e - 1$

9. $f(x) = \log_3 x$

$g(x) = \log_5 x$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre,

$(g \circ f^{-1})(2a) = \log_{25} 27$

denklemini sağlayan a değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{9}{4}$

10. Aşağıda bir küpün açılımı verilmiştir.

	$\log_2 7$			
$\log_3 5$	$\log_4 3$	$\log_5 9$	$\log_3 32$	
	$\log_7 8$			

Açılım tekrar küp haline getirildiğinde, karşılıklı yüzeylerin üzerindeki sayıların çarpımının alabileceği en büyük değer a olmaktadır.

Buna göre, 2a + 3 ifadesinin değeri kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

11. $x = \log_{\sqrt{2}} 9$

$y = \log_{27} 25$

$z = \log_8 5$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\sqrt[3]{\frac{x \cdot y}{z}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

1. B	2. D	3. C	4. C	5. B	6. E
7. D	8. E	9. B	10. C	11. D	

1. A → 3^a cm

B → 6^a cm

64 tane A çubuğu yan yana getirilerek elde edilen çubuk ile, 8 tane B çubuğu yan yana getirilerek elde edilen çubuk aynı uzunlukta olmaktadır.

Buna göre, 5^a değeri kaçtır?

A) 1 B) 5 C) 25 D) 125 E) 625

2. $2^a = 5$ ve

$6^b = 3$

olduğuna göre, $6^{4a(1-b)}$ değeri kaçtır?

A) 625 B) 125 C) 60 D) 36 E) 15

3. x, y ve $A \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere,

$A_y^x = (A-1)^{x+y}$ işlemi tanımlanıyor.

$B_y^x = 2^{15}$

Buna göre, B'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 42 B) 43 C) 44 D) 45 E) 46

4. f ve g birer fonksiyondur.

$f(x) = \log_2 5 \cdot \log_5 (2x-3)$

$(f \circ g)(x) = \dfrac{\ell n\,(x+5)}{\ell n\,4}$

olduğuna göre, g(4) değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. $2^x = 5$

$5^y = 3$

$3^z = 64$

olduğuna göre, $x \cdot y \cdot z$ çarpımının değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. $\left(\dfrac{3}{5}\right)^{x-2} < \left(\dfrac{5}{3}\right)^{5-2x}$

eşitsizliğini sağlayan <u>en büyük</u> x tam sayısı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ACİL MATEMATİK

7. $\log_5\left(1-\frac{1}{4}\right)+\log_5\left(1-\frac{1}{9}\right)+\log_5\left(1-\frac{1}{16}\right)+\cdots+\log_5\left(1-\frac{1}{81}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\log_5 9$ B) $\log_5\left(\frac{5}{9}\right)$ C) $\log_5 8$

D) 1 E) 0

8. $g(x) = 7^{\log_{49}4} - \log_4 5 \cdot \log_5(5x-1)$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $g^{-1}(-1)$ değeri kaçtır?

A) 7 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

9. $\log_{(0,2)}(7x-3) \geq \log_2(0,25)$

eşitsizliğini sağlayan x doğal sayıları kaç tanedir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. Her maddenin ağırlığı, fiyatı ile doğru orantılıdır. A maddesinin ağırlığı logx kg olup fiyatı 3 TL ve B maddesinin ağırlığı log(3x) kg olup fiyatı 4 TL'dir.

Buna göre, x değeri kaçır?

A) 3 B) 9 C) 27 D) 81 E) 243

11. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$

$f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{5-x} + 2$

fonksiyonu için;

I. f fonksiyonu azalandır.

II. f fonksiyonu bire birdir.

III. f fonksiyonu örtendir.

IV. $f^{-1}(x) = 5 + \frac{\ell n(x-2)}{\ell n 3 - \ell n 2}$

yukarıda verilen ifadelerden hangileri doğrudur?

A) I ve II B) II ve IV C) I, II ve III

D) II, III ve IV E) Hepsi

1. D	2. A	3. D	4. B	5. C	6. B
7. B	8. D	9. C	10. C	11. B	

1. $5^{x-y} = 3$ ve
$5^{x+2y} = 15$

olduğuna göre, 125^x değeri kaçtır?

A) 135 B) 115 C) 95 D) 75 E) 55

2.

A		2^3
	8^2	4^4
2^5		

Yukarıda verilen 3x3'lük tabloya doğal sayılar yerleştirilecektir. Tablodaki her satır ve sütunda bulunan karelerdeki sayıların çarpımı birbirine eşittir.

Buna göre, A sayısının değeri kaçtır?

A) 1024 B) 512 C) 256 D) 128 E) 64

3. $f: (-2, \infty) \to \mathbb{R}$

$f(x) = 3 - \dfrac{\ell n\,(x+2)}{\ell n\,5}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $5^{3-x} - 2$ B) $5^{x-3} + 2$ C) $5^{3-x} + 2$
D) $5^{x-3} - 2$ E) $5^x - 8$

4. Uygun şartlarda tanımlı,

$a(x) = -2^{5-x}$

$c(x) = -\log_2(x-3)$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

I. a(x) artan, c(x) azalan bir fonksiyondur.

II. $a^{-1}(-4) = c\left(\dfrac{25}{8}\right)$ olur.

III. $c^{-1}(x) = a(x)$ olur.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I ve III

5. Uygun şartlarda tanımlı f fonksiyonu için,

$f(e^x - 2) = \sqrt{11-x} + 5$

olduğuna göre, $f^{-1}(8)$ değeri kaçtır?
(e doğal logaritma tabanı)

A) e^2 B) $e^2 - 1$ C) $e^2 - 2$
D) $e^3 - 2$ E) $e^4 - 2$

6. a ve b birer pozitif gerçek sayıdır.

$\dfrac{5}{\log_a 7} + \dfrac{3}{\log_b 7} = 0$

olduğuna göre, $\log_{(a\cdot b)}\left(\dfrac{a}{b}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 3 B) −1 C) −2 D) −3 E) −4

ACİL MATEMATİK

7. Yahya manavdan önce $\log_y(x-y)$ kg kiraz alıyor. Aldığı kirazın yetersiz olduğunu düşünerek $\log_y(x^2+xy+y^2)$ kg daha kiraz alıyor. Aldığı toplam kirazı tartarak miktarın 3 kg olduğunu görüyor.

Buna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt[3]{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt[3]{3}$

8. $\log(\sqrt{17}-\sqrt{7}) - \log(\sqrt{30}+\sqrt{29}) = A$

olmak üzere, $\log(\sqrt{17}+\sqrt{7}) - \log(\sqrt{30}-\sqrt{29})$ ifadesinin A cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 10A B) 2A C) A D) 1 – A E) 1 + A

9. $f(x) = \log_3(x^2 - ax + 5)$

fonksiyonunun $\forall x \in \mathbb{R}$ için tanımlı olabilmesini sağlayan kaç tane a tam sayısı vardır?

A) 4 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

10. $\log_3\sqrt{a} + \log_9\left(\frac{b}{9}\right) = 5$

denklemi veriliyor.

Buna göre, a · b çarpımının değeri kaçtır?

A) 3^{10} B) 3^{12} C) 3^{14} D) 3^{16} E) 3^{18}

11. a pozitif bir reel sayı olmak üzere, uygun şartlarda tanımlanmış,

$f(x) = \log_{(x+a)}(x-a)$

fonksiyonu veriliyor.

$f(2a) = \frac{3}{2}$ dir.

Buna göre, a değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{27}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 9 E) 27

12. $\dfrac{\log_{\sqrt{3}}27 + \log_{\sqrt{27}}3}{\log_{\sqrt{3}}27 - \log_{\sqrt{27}}3}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{10}{9}$ C) $\frac{17}{16}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{9}$

1. A	2. B	3. A	4. D	5. C	6. E
7. C	8. D	9. D	10. B	11. A	12. A

1. x ve $y \in \mathbb{Z}$ ve $x \neq 1$ olmak üzere,

$$\frac{3x^2-1}{x^y}-\frac{3-x^2}{x^{y-2}}-\frac{1}{x^{y-4}}=-x$$

olduğuna göre, x + y toplamının <u>en küçük</u> pozitif tam sayı değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. x pozitif bir gerçek sayıdır.

$$x^{\sqrt{x}}=(\sqrt{x})^x$$

denkleminde x'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 7

3. $2^x = 49$

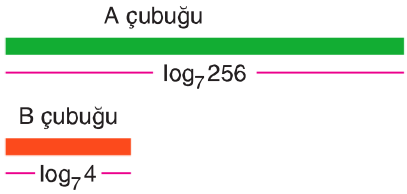
$7^y = 256$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\log_4 x + \log_4 y$ toplamının sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 16 E) 32

4. Aşağıdaki şekilde uzunlukları gösterilen A ve B çubukları verilmiştir.



Buna göre; A çubuğu, B çubuğu büyüklüğünde parçalara ayrılırsa kaç tane parça elde edilmiş olur?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. Uygun şartlarda tanımlı,

$$h(x)=\log_3\left(\frac{8x-2}{x-5}\right)-\frac{k}{x-1}$$

fonksiyonu veriliyor.

$h^{-1}(2) = 7$

olduğuna göre, k değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

6. $f(x) = 4^x - 3\cdot 2^{x+2} + 35$

fonksiyonu veriliyor.

$f(x) = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\frac{x_1}{x_2}$ oranı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\log_5 7$ B) $\log_2 5$ C) $\log_2 7$ D) $\log_5 2$ E) $\log_7 2$

7. x ve y pozitif gerçek sayılardır.

$\sqrt{x^5} = y^3$

olduğuna göre, $\log_{\sqrt[3]{x}} \sqrt{y} + \log_{y^2} x^3$ toplamının sonucu kaçtır?

A) $\frac{11}{20}$ B) $\frac{21}{20}$ C) $\frac{41}{20}$ D) $\frac{61}{20}$ E) $\frac{81}{20}$

8. İlker, tanesi $\log_{25} 16$ TL olan kalemlerden 10 tane, tanesi $\log_5 32$ TL olan kalemlerden 5 tane almıştır.

Buna göre, İlker 1 kalemi ortalama kaç TL'ye almıştır?

A) $\log_5 2$ B) $\log_5 3$ C) $\log_5 4$ D) $\log_5 6$ E) $\log_5 8$

9.

$a = \log_{\frac{1}{5}} 15$

$b = \frac{\ln 17}{\ln 2}$

$c = \log_5 13$

sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < a < c$ D) $b < c < a$ E) $c < a < b$

10. Uygun şartlarda tanımlı,

$f(x) = \log\left(\frac{x+1}{x}\right)$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f(1) + f(2) + ... + f(9) toplamının sonucu kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

11. Aşağıda, uzunlukları verilen A ve B tipinde iki ip görseli verilmiştir.

A ipi
— $\log_{(x-2)}(5-x)$ —

B ipi
— $\log_{(x-2)}(3-x)$ —

$\log_{(x-2)}(5-x)$ metre uzunluğundaki A ipi ile $\log_{(x-2)}(3-x)$ metre uzunluğundaki B ipi uç uca eklendiğinde 2 metrelik uzunluk elde ediliyor.

Buna göre, x değeri kaçtır?

A) 2 B) $\frac{9}{4}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{11}{4}$ E) 3

12. a ve b birer doğal sayıdır.

$\log(54!) = a \cdot \log 5 + \log b$

şeklinde yazıldığında, a'nın <u>en büyük</u> doğal sayı değeri kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

1. A	2. D	3. B	4. C	5. D	6. A
7. D	8. E	9. B	10. E	11. D	12. D

1. $3^{2x} - 6^x - 2^{2x+1} = 0$

olduğuna göre, $2^{\frac{x+1}{x}}$ değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{9}{4}$ E) 3

2. $15^{3-\frac{2}{x}} = 27$

olduğuna göre, 5^{3x} değeri kaçtır?

A) 15 B) 15^2 C) 15^3 D) 15^4 E) 15^5

3. Uygun şartlarda tanımlı,

$f(x) = 3^{x-1} - 16$ ve

$g(x) = \log_7(5x - 1) + 3$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(65) = g(m)$ eşitliğini sağlayan m değeri kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

4. Uygun şartlarda tanımlı,

$f(x) = \log_x 3$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$f(27^m) \cdot f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{5}$

eşitliğini sağlayan m değeri kaçtır?

A) $\frac{15}{2}$ B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{6}{5}$

5. $\log_2 7 = k$ olduğuna göre,

$\log_{14}\left(\frac{49}{4}\right)$

ifadesinin k cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2(k+1)}{k-1}$ B) $\frac{2k+1}{k-1}$ C) $\frac{2k-2}{k}$ D) $\frac{2(k-1)}{k+1}$ E) $\frac{2k}{k+1}$

6. $3^a = \frac{1}{7}$

$5^b = \frac{1}{9}$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımının değeri kaçtır?

A) $\frac{\ell n\, 7}{\ell n\, 5}$ B) $\frac{\ell n\, 7}{\ell n\, 25}$ C) $\frac{\ell n\, 49}{\ell n\, 5}$ D) $\frac{\ell n\, 49}{\ell n\, 3}$ E) $\frac{\ell n\, 7}{\ell n\, 3}$

AÇIL MATEMATİK

7. $\log_{0,5}\sqrt{8\sqrt[3]{2\sqrt{4}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\frac{11}{6}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{11}{6}$ E) $\frac{11}{5}$

8. $f(x) = \frac{2}{\log_2(x^2 - 9) - 4}$

fonksiyonunu tanımsız yapan x tam sayıları kaç tanedir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

9. $f(x) = \log_{(x-2)}\left(\frac{x^2 + x - 2}{x - 5}\right)$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

I. f(x)'in tanım kümesi $(2, \infty)$ olur.

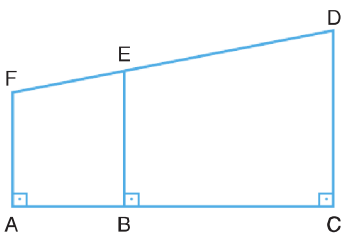
II. $f(6) = 1 + \frac{\ell n\, 10}{2\,\ell n\, 2}$ olur.

III. f(x) = 0 denkleminin çözüm kümesi 1 elemanlıdır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

10. ACDF dik yamuktur.



$[AF] \perp [AC]$

$[BE] \perp [AC]$

$[DC] \perp [AC]$

$|AF| = \log_{\sqrt{3}} 2$ br

$|BE| = \log_{\sqrt[3]{3}} 2$ br

$|CD| = \log_3 32$ br

$|AC| = 12$ br

Buna göre, |AB| değeri kaç birimdir?

A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) 4

11. $a < \log 2518 < b$

$c < \log_3 300 < d$

eşitsizliklerinde a ile b ve c ile d ardışık doğal sayılardır.

Buna göre, a + c toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

12. c bir doğal sayıdır.

$A = \{\log 2, \log 3, \log 4, \cdots, \log 16\}$

kümesi veriliyor.

a ve b ∈ A olmak üzere, a + b = c şartını sağlayan kaç tane (a, b) sıralı ikilisi vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1. E	2. B	3. B	4. A	5. D	6. C
7. A	8. E	9. B	10. E	11. D	12. C

1. $6^x = 3$ ve
$6^y = 7$

olduğuna göre, $2^{\frac{x+y}{1-x}}$ **değeri kaçtır?**

A) 7 B) 14 C) 21 D) 28 E) 63

2. a ve b birer doğal sayıdır.

$$a \bigstar b = \begin{cases} a^b, & a \le b \\ b^a, & a > b \end{cases}$$

şeklinde ★ işlemi tanımlanıyor.

A iki basamaklı bir doğal sayı ve $2 \bigstar n = A$ dır.

Buna göre, n sayısı kaç farklı değer alır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

3. f, g: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$f(x) = (3k - 5)^{2x+7}$

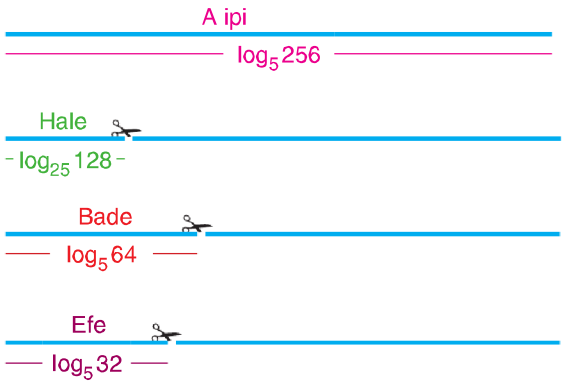
$g(x) = \left(4 - \frac{k}{3}\right)^{4-x}$

fonksiyonları birer üstel fonksiyondur.

Buna göre, k'nin alabileceği tam sayı değerleri kaç tanedir?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

4. Aşağıda verilen A ipini Hale, Bade ve Efe şekilde gösterilen uzunluklarda keseceklerdir.



$\log_5 256$ cm uzunluğudaki üç tane A ipini, Hale $\log_{25} 128$ cm, Bade $\log_5 64$ cm ve Efe $\log_5 32$ cm'lik parçalar olacak şekilde sol baştan keserek ilerleyip eğer yeterli uzunluk yok ise kesme işlemine devam etmemektedirler.

Buna göre, 3 kişi toplam kaç parça elde eder?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$

$f(x) = 2^x$

$f(x + 3) = f(x - 3) + 8$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, x değeri kaçtır?

A) $2 - \log_2 63$ B) $3 - \log_2 63$ C) $4 - \log_2 63$
D) $5 - \log_2 63$ E) $6 - \log_2 63$

AÇIL MATEMATİK

6. $\log_7 8 = a$

olduğuna göre, $\log_{16} 98$ ifadesinin a cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2+a}{3a}$ B) $\frac{6+a}{4a}$ C) $\frac{2+a}{4a}$ D) $\frac{6+a}{3a}$ E) $\frac{2-a}{3a}$

7. $\frac{|\log x| + \log x}{|\log y| + \log y} > 0$

eşitsizliği veriliyor.

Buna göre,

I. $x + y < 1$

II. $x + y > 2$

III. $x \cdot y > 1$

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

A) Yalnız II B) Yalnız III C) I ve II D) I ve III E) II ve III

8. $\log_x 2 < \frac{1}{4} < \log_{(x-2)} 3$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x doğal sayısı vardır?

A) 65 B) 66 C) 67 D) 68 E) 69

9. $\frac{(\log_2 x - 1) \cdot (2 - \log_3 (x+2))}{3 - \log_2 (x-1)} \geq 0$

eşitsizliğini sağlayan <u>en küçük</u> üç doğal sayının toplamı kaçtır?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

10. $x \in \mathbb{N}^+$ ve $\frac{81}{x} \in \mathbb{N}$ olmak üzere,

$\log_x 81$

ifadesinin tam sayı olmasını sağlayan x değeri kaç tanedir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. a ve b rakam olmak üzere,

$\log_a b = c$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, c'yi doğal sayı yapan kaç tane (a, b, c) sıralı üçlüsü vardır?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 19 E) 20

1. C	2. B	3. B	4. D	5. E	6. B
7. E	8. B	9. D	10. C	11. D	

1. x ve y birer pozitif gerçek sayıdır.

$$(\sqrt{x})^y + (\sqrt{x})^{-y} = 3$$

olduğuna göre, $\frac{x^{2y} - x^{-y}}{x^y - 1}$ **değeri kaçtır?**

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. a asal sayı, b ise $b \geq a$ şartını sağlayan bir doğal sayı olmak üzere,

Bir K doğal sayısı a^b şeklinde yazıldığında, b sayısına K sayısının "kuvsal"ı denir.

Buna göre, iki basamaklı bir K sayısının "kuvsal"ı en büyük kaç olabilir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$,

$$f(x) = \left(\frac{2k-1}{3-k}\right)^{-x+3}$$

fonksiyonu azalan bir fonksiyondur.

Buna göre, k'nin doğal sayı değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $25^{\frac{\ell n(x+2)}{\ell n 5}} = x^{\log_{\frac{1}{5}} 0{,}04} + 8$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

A) $\ell n\, 2$ B) 1 C) 2 D) $\ell n\, 3$ E) $\log 2$

5. a uygun değer aralığında bir reel sayı,

- $f(x) = (a^2 - 3a)^x$
- $g(x) = \log_{(2-a^2)} x$
- f ve g fonksiyonlarının grafikleri y = x doğrusuna göre simetriktir.

olduğuna göre, $g\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)$ **değeri kaçtır?**

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

6. $\log_3 20 = a$

$\log_3 35 = c$

$\log_3 14 = \ell$

olmak üzere, $\log_3 18$ **ifadesinin a, c ve** ℓ **cinsinden bir eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{6 + a - c + \ell}{3}$ B) $\frac{6 - a + c + \ell}{3}$ C) $\frac{6 - a + c - \ell}{3}$

D) $\frac{2 + a - c + \ell}{3}$ E) $\frac{2 - a + c + \ell}{3}$

7. a ve b birer pozitif gerçek sayıdır.

$\log_{(a^2b)}(ab^3) = 8$

olduğuna göre, $\log_b a$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

8. f(x) > 0 olmak üzere, f fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$f(x+1) = \begin{cases} \log_2 f(x) & , \quad f(x) \neq 1 \\ 2^{f(x)+3} & , \quad f(x) = 1 \end{cases}$$

f(1) = 16 dır.

Buna göre, f(2020) değeri kaçtır?

A) 16 B) 8 C) 4 D) 2 E) 1

9. B: Ses düzeyi (Desibel) (dB)

I: Sesin şiddeti olmak üzere

$B = 10 \cdot \log(10^{12} \cdot I)$

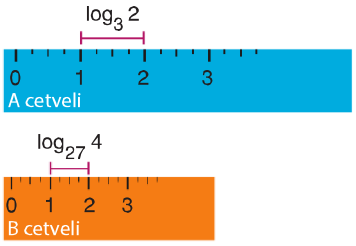
bağıntısı vardır.

Ortalama gök gürültüsünün ses düzeyi 100 dB olarak veriliyor.

Ses düzeyi kaç dB artarsa, ortaya çıkan ses şiddeti 5 katına çıkar? ($\log 2 \cong 0{,}3$)

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

10. Aşağıda, ardışık iki doğal sayı arasındaki mesafesi $\log_3 2$ birim olan A cetveli ile ardışık iki doğal sayı arasındaki mesafesi $\log_{27} 4$ birim olan B cetveli veriliyor.



Buna göre, A cetveli ile 4 birim ölçülen bir kalem, B cetveli ile kaç birim ölçülür?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

11. A → $\log_7(x-2)$ m

B → $\log_7(x-1)$ m

C → $\log_7(x+1)$ m

D → $\log_7(x+3)$ m

Yukarıda A, B, C ve D çubukları ve bu çubukların sağ tarafında uzunlukları verilmiştir.

A ile D ve B ile C çubukları yan yana getirilerek eşit uzunlukta iki çubuk elde ediliyor.

Buna göre, x değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

1. D	2. E	3. C	4. B	5. B	6. A
7. B	8. E	9. E	10. B	11. C	

1. $f(x) = \dfrac{a^{2x}}{a + a^{2x}}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(-3) + f(-2) + ... + f(4)$ toplamının sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. Hamdi Bey, 5^{20} kg portakalı üreticiden kilosu 1,5 TL'ye alıyor. Aldığı portakalları bir file ücretinin 0,5 TL olduğu beşer kiloluk filelere dolduruyor.

Nakliye ücreti kilo başına 0,5 TL olduğuna göre, portakalın kilosunu kaç TL'ye satmalı ki bu alışverişten % 20 kâr etsin?

A) 2,32 B) 2,42 C) 2,52 D) 2,62 E) 2,72

3. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$,

$f(x) = \left(\dfrac{3}{m-2}\right)^{bx-2}$

üstel fonksiyonu artan bir fonskiyondur.

b ve m birer doğal sayı olduğuna göre, $b \cdot m$ çarpımı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

4. a ve b rakam olmak üzere,

$\log_a b = c$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, c'nin doğal sayı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{19}{72}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{1}{9}$

5. $2^{\log_3(x-2)} \leq 4^{\log_9(5-x)}$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $(-\infty, \frac{7}{2}]$ B) $(-\infty, \frac{7}{2})$ C) $(2, 5)$

D) $(2, \frac{7}{2}]$ E) $(2, \frac{7}{2})$

ACİL MATEMATİK

6. Uygun şartlardaki a, b ve c sayıları için,

$\log_{(2b^2+9b+9)}(b^3+27)=1$

$\log_{(c-3)}(a^3-63)=0$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, a – b farkının en büyük değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

7. $3^a = 5^b = 13^c$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $\frac{bc+ab}{ac}$ oranı kaçtır?

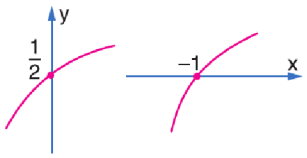
A) $\log_3 65$ B) $\log_5 39$ C) $\log_{13} 15$ D) $\log 39$ E) $\log 65$

8. Farklı ayrıt uzunlukları a, b ve c olan dikdörtgenler prizmasının hacmi 64 cm^3 tür.

log a, log b, log c sayıları sırasıyla 5, 15 ve 10 sayılarıyla doğru orantılı olduğuna göre, b değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

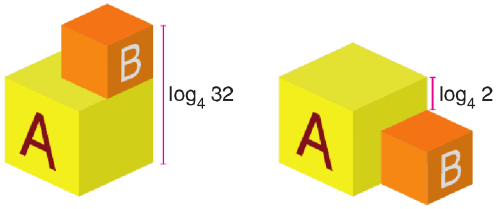
9. Aşağıda, $f(x) = \log_a(x+b)$ fonksiyonunun grafiğine ait iki bilgi verilmiştir.



Buna göre, $f^{-1}(2)$ değeri kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

10. Aşağıda, A ve B olarak isimlendirilmiş iki küp, iki farklı şekilde konumlandırılmıştır.



A küpü ile B küpü üst üste konulduğunda oluşan yükseklik $\log_4 32$ cm, iki küp yan yana konulduğunda aralarındaki yükseklik $\log_4 2$ cm oluyor.

Buna göre, A küpünün yüksekliği kaç cm'dir?

A) $\frac{3}{2}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

1. D	2. C	3. A	4. C	5. D
6. C	7. B	8. D	9. E	10. A

1. a ve b pozitif tam sayılar olmak üzere,

$\boxed{x} = 4x + 1$

$\textcircled{x} = 3x - 1$

işlemleri tanımlanıyor.

Buna göre,

$4^{\boxed{3}} + (32)^{\textcircled{2}} = 3 \cdot a^{\boxed{b}}$

eşitliğinde a + b toplamının alabileceği <u>en büyük</u> değer kaçtır?

A) 8 B) 27 C) 33 D) 37 E) 40

2. $f: \{\log_2 1, \log_2 2, \log_2 3, \cdots, \log_2 100\} \to \{0, 1\}$

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Z} \\ 0, & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

fonksiyonu tanımlanıyor.

$a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{100}$ rakamları

$a_1 = f(\log_2 1), a_2 = f(\log_2 2), a_3 = f(\log_2 3), \cdots, a_{100} = f(\log_2 100)$ şeklinde tanımlanıyor.

Örnek olarak;

$M = a_1a_2a_3$ şeklinde tanımlanan 3 basamaklı M sayısında,

$a_1 = f(\log_2 1) = 1$

$a_2 = f(\log_2 2) = 1$

$a_3 = f(\log_2 3) = 0$

olmak üzere M = 110 oluyor.

Buna göre, $K = a_1a_2a_3 \cdots a_{100}$ 100 basamaklı K sayısı yazıldığında K sayısında kaç tane 0 (sıfır) rakamı vardır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 92 E) 93

3. $\sqrt{3 - \log_2(x - 5)} \leq 1$

eşitsizliğinin çözüm kümesindeki doğal sayıların sayısı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. $f: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$

$f(x) = \log_3(2x)$

$(f \circ g)(x) = x - 7$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, g(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 \cdot 3^{x-7}$ B) $\frac{3^{x-7}}{2}$ C) $\log_3(x - 7)$

D) $\log_2(x - 7)$ E) 3^{x-7}

5. a ve x birer pozitif gerçek sayıdır.

$$\frac{\ln 5 + \ln x}{\ln 2} + \log_8 x^3 = \log_{\sqrt{a}} a$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

A) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ B) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{5}$

6. $\log 60 = a$

$\log 2 = b$

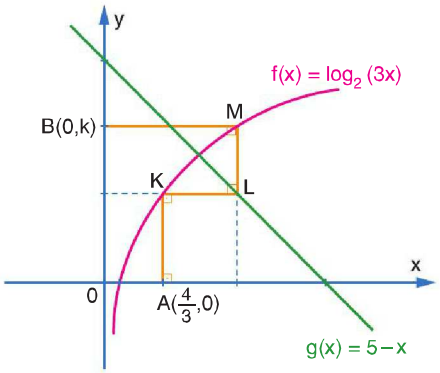
eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, log 3 ifadesinin a ve b türünden bir eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) a – 1 – b B) a – b C) b – a – 1

D) a + b – 1 E) 1 – a – b

7. Aşağıda, f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



K, M noktaları f(x), L noktası g(x) doğrusu üzerinde olduğuna göre, B noktasının ordinatı kaçtır?

A) $\log_3 4$ B) $\log_4 3$ C) $\log_2 3$

D) $\log_3 2$ E) $2\log_2 3$

8.

$\log_3 2$ kg

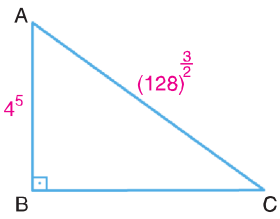
Coşkun Öğretmen, ağırlığı $\log_3 2$ kg olan Acil TYT Matematik kitaplarından 5 tanesini çantasına koyduğunda, çantasının ağırlığı 8 kg oluyor.

Buna göre, Coşkun Öğretmen'in çantasının ağırlığı aşağıdakikerden hangisi olabilir?

A) 3,85 B) 4,15 C) 4,85 D) 5,15 E) 5,85

1. C	2. E	3. B	4. B	5. B	6. A	7. E	8. C

1.



$[AB] \perp [BC]$

$|AB| = 4^5$ cm

$|AC| = (128)^{\frac{3}{2}}$ cm

Yukarıda ABC dik üçgeni verilmiştir.

Verilen bu bilgilere göre,

I. ABC üçgeni ikizkenar üçgendir.

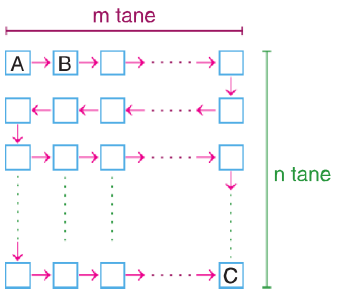
II. ABC üçgeninin alanı 16^5 cm^2 dir.

III. ABC üçgeninin çevresi $32^2(2 + \sqrt{2})$ cm'dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve III E) II ve III

2.



Yukarıda m x n tane kare verilmiştir.

- m tane 3 sayısının toplamı 24'tür.
- n tane 2 sayısının çarpımı 128'dir.

A karesine 5 yazılıyor. Ok yönünde ilerlenerek sağındaki ya da altındaki kareye geçilirken sayı 25 ile çarpılarak bulunan sonuç o kareye yazılıyor ve bu şekilde C karesine kadar ilerleniyor.

Örnek olarak B karesine 125 sayısı yazılıyor.

Buna göre, C karesine yazılacak sayı kaçtır?

A) 5^{111} B) 5^{112} C) 5^{113} D) 5^{114} E) 5^{115}

3. $\log_8 256^{(x+1)} = 5^{2\log_5 (x-1)}$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. Başlangıç değeri n ve 10 yıl sonraki değişim miktarı y olmak üzere,

$y = n \cdot e^{k \cdot 10}$

bağıntısı veriliyor.

Buna göre, 2000 yılında dünya nüfusu 6,4 milyar ve 2010 yılında 7,2 milyar olduğuna göre, 2020 yılında dünya nüfusu kaç milyar olur?
(e doğal logaritma tabanı)

A) 7,9 B) 8 C) 8,1 D) 8,2 E) 8,3

ACİL MATEMATİK

5. $1-\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{1+\log_2 3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\log_{18}2$ B) $\log_{18}3$ C) $\log_{18}108$ D) $\log_6 2$ E) $\log_6 18$

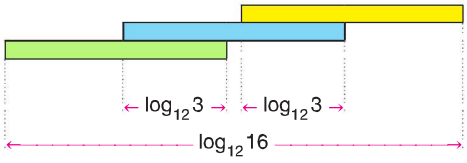
6. $\log_2 |x-3| < 4$

$\log_3 |x-1| > 2$

eşitsizlik sistemini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

7. Aşağıdaki şekilde, birbirine eş üç tane çubuk görüldüğü gibi, aynı uzunluktaki kısımları üst üste gelecek şekilde birleştirilerek $\log_{12}16$ metre uzunluğunda yeni bir çubuk elde ediliyor.



Buna göre, eş çubuklardan birinin uzunluğu kaç metredir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

8. Aşağıdaki 3x3'lük bir kare verilmiştir.

$\log_7 5$ (6)	$\log_3 15$ (7)	$\log_2 12$ (8)
$\log_7 2$ (5)	$\log_3 2$ (4)	$\log_2 24$ (3)
$\log_7 3$	$\log_3 14$ (1)	$\log_{14} 9$ (2) → Kare numarası

Boyalı kareden başlamak üzere, sağa ya da yukarı olmak üzere toplam 3 hamle yapılacaktır. Sağa hamle yapılırsa sağındaki sayı ile çarpımına, yukarı hamle yapılırsa yukarıdaki sayı ile toplamına bakılarak hangisi büyük sayı geliyorsa o hamle yapılacaktır.

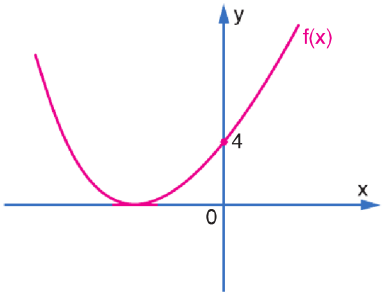
Buna göre, 3 hamle sonunda bulunduğu karelerin numaraları çarpımı kaçtır?

A) 6 B) 12 C) 20 D) 28 E) 60

1. D	2. A	3. D	4. C	5. B	6. D	7. B	8. D

1. a, b ve $c \in \mathbb{R}^+$, $a > 1$ olmak üzere, aşağıda verilen $y = f(x)$ parabolünün ifadesi,

$f(x) = (\ell n^2 a)x^2 - (\ell n\, b)x + \frac{1}{\ell n\, c}$ dir.



y = f(x) parabolü x eksenine teğet olduğuna göre, $a^4 \cdot b \cdot c^4$ çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

(e doğal logaritma tabanıdır.)

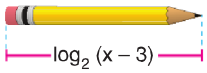
A) $-e^2$ B) 1 C) e D) e^2 E) e^4

2. $9^{\log_2 x} - 12 \cdot x^{\log_2 3} + 37 = \log_2 7 \cdot \log_{\sqrt{7}} 32$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) 3 B) 8 C) 9 D) 16 E) 27

3. Aşağıdaki görselde verilen kalemin uzunluğu bir cetvel ile ölçüldüğünde boyunun $\log_2 (x - 3)$ cm olduğu görülüyor.

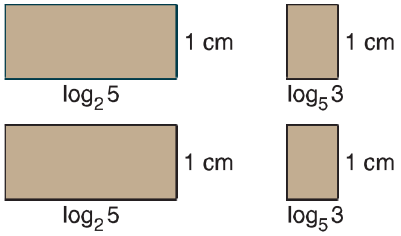


Kalemin uzunluğu 2 cm daha uzun olsaydı uzunluğu 5 cm'den büyük, 1 cm daha kısa olsaydı uzunluğu 4 cm'den küçük olacağı görülüyor.

Buna göre, x'in alabileceği doğal sayı değerleri kaç tanedir?

A) 24 B) 23 C) 22 D) 21 E) 20

4. Aşağıda, dikdörtgen biçiminde dört tane çıta görseli verilmiştir.



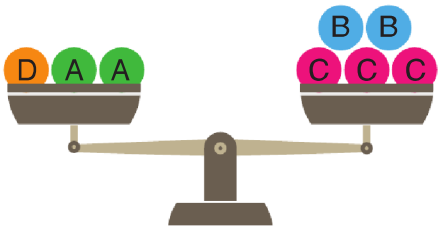
Buna göre, bu 4 çıta ile yapılabilecek <u>en büyük</u> alanlı dikdörtgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) $\log_2 15$ B) $\log_2 18$ C) $\log_2 75$ D) $\log_2 125$ E) $\log_2 150$

AÇIL MATEMATİK

5. Aşağıda A, B, C ve D ağırlıkları ile bu ağırlıkların kaç kg oldukları yanlarına yazılmıştır.

- A : 6^x kg
- B : 3^{x+1} kg
- C : 2^x kg
- D : 9 kg



Ağırlıklar eşit kollu teraziye şekildeki gibi konulduğunda terazi dengede olmaktadır.

Buna göre, x'in alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

A) $\log_2\left(\frac{3}{2}\right)$ B) $\log_3\left(\frac{3}{2}\right)$ C) $\log\left(\frac{3}{2}\right)$ D) $\log_2 3$ E) $\log_3 2$

6.

Meltem, yukarıda sadece rakamların ln değerini hesaplayabilen hesap makinesini kullanarak $\log_2 12$ değerini hesaplamak istiyor.

Örneğin; $7 + \frac{\ln 5}{\ln 3}$ değerini hesaplamak için

7 + ln 5 ÷ ln 3 =

tuşlarına basması gerekiyor.

Buna göre, Meltem $\log_2(12)$ değerini hesaplamak için en az kaç tuşa basmalıdır?

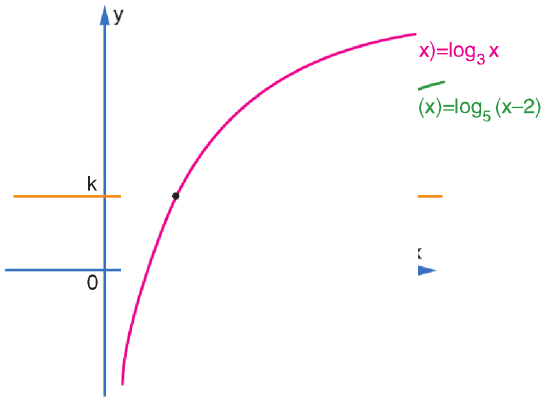
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

7. $x^{\log_3 4} - 10 \cdot 2^{\log_3 x} + 16 = 0$

denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 81 B) 30 C) 24 D) 16 E) 10

8. Aşağıda, uygun şartlarda tanımlı,
$f(x) = \log_3 x$ ve $g(x) = \log_5(x - 2)$ fonksiyonlarının grafikleri ve $y = k$ doğrusu verilmiş olup, $y = k$ doğrusunun f(x) ve g(x) fonksiyonlarının grafiklerini kestiği noktalar sırasıyla A ve B noktalarıdır.



$k \in \mathbb{R}$ ve |AB| ifadesinin alacağı değerler için;

I. $k = 0$ için $|AB| = 2$ br olur.

II. $k > 0$ için, k artan değerler aldığında |AB| değeri artar.

III. $|AB| = \frac{5}{3}$ br ise $k < 0$ olur.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

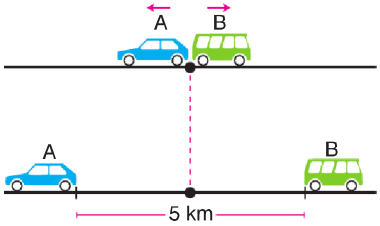
1. C	2. B	3. B	4. D	5. A	6. B	7. B	8. E

1. Ziya, $n < 81$ olmak üzere, her $n \in \mathbb{N}^+$ için $\log_3 n$ sayısını bilimsel hesap makinesinde hesapladığında sonucun ya tam sayı ya da ondalıklı sayı olduğunu görüyor. Sayı tam sayı ise bu sayıyı, tam sayı değilse ondalıklı sayının tam kısmını kağıda yazıyor.

Buna göre, Ziya, yazdığı tüm sayıları topladığında bulduğu sayı kaçtır?

A) 36 B) 42 C) 168 D) 198 E) 204

2. Aşağıda, doğrusal bir yol boyunca zıt yönde hareket eden iki araç görseli verilmiştir.



x dakika sonra araçların aldıkları mesafe, A aracı için $\log_2(3x)$ km ve B aracı için $\log_x\left(\frac{2}{3}\right)$ km olarak belirlenmiştir.

Aynı noktadan A aracı batı yönünde 1 dakika, B aracı doğu yönünde 3 dakika yol aldıktan sonra duruyor. Son durumda A ile B araçlarının aralarındaki mesafe 5 km olmuştur.

Buna göre, uygun şartlardaki x'in alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

A) $\frac{8}{27}$ B) $\frac{20}{27}$ C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{20}{3}$ E) $\frac{32}{3}$

3. Desibel (dB) ses seviyesini ölçmek için kullanılan bir birimdir.

A: Ortamdaki ses yeğinliği olmak üzere,

$$dB = 10 \cdot \log(10^{12} \cdot A)$$

bağıntısı vardır.

Buna göre, bir ortamda $\sqrt{a}$ w/m^2 olan ses yeğinliği ile ortamın ses şiddeti 80 dB olarak hesaplanıyor.

Ortamın ses yeğinliği a w/m^2 olarak değiştirilirse, son durumda ses şiddeti kaç dB olur?

A) 160 B) 120 C) 80 D) 40 E) 20

4. Baş katsayısı 1 olan ikinci dereceden P(x) polinomu için,

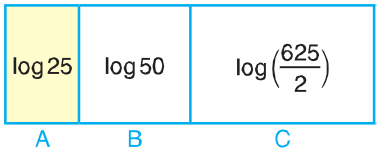
$$P(0) = \frac{\ln 2}{\ln 5}$$

$$P(-1) = \frac{\ln 2 - \ln 5}{\ln 5}$$

olduğuna göre, P(1) değeri kaçtır?

A) $\log_5 50$ B) $\log_5 100$ C) $\log_5 200$ D) $\log_5 250$ E) $\log_5 300$

5. Aşağıda, dikdörtgen şeklindeki bir karton, alanları $\log 25$ cm^2 (A), $\log 50$ cm^2 (B) ve $\log\left(\frac{625}{2}\right)$ cm^2 (C) olacak şeklinde üç bölgeye ayrılmıştır.



Buna göre, A bölgesinin alanı tüm alanın yüzde kaçına eşittir?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

6. $\log_3 x - \log_x 4 \cdot \log_2 5 = \log_3 7$

denklemini sağlayan uygun şartlardaki x değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) 3 B) 7 C) 9 D) $\log_7 35$ E) $\log_7 5$

7. $\log\left(\sqrt{x^2-2}+x\right)=5$

olduğuna göre, $\log\left(x-\sqrt{x^2-2}\right)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\log 2 - 5$ B) $\log 3 - 5$ C) $\log 4 - 5$ D) $5 + \log 2$ E) $5 + \log 3$

8. $16^{x+1} - 4^{x+1} - 20 = 0$

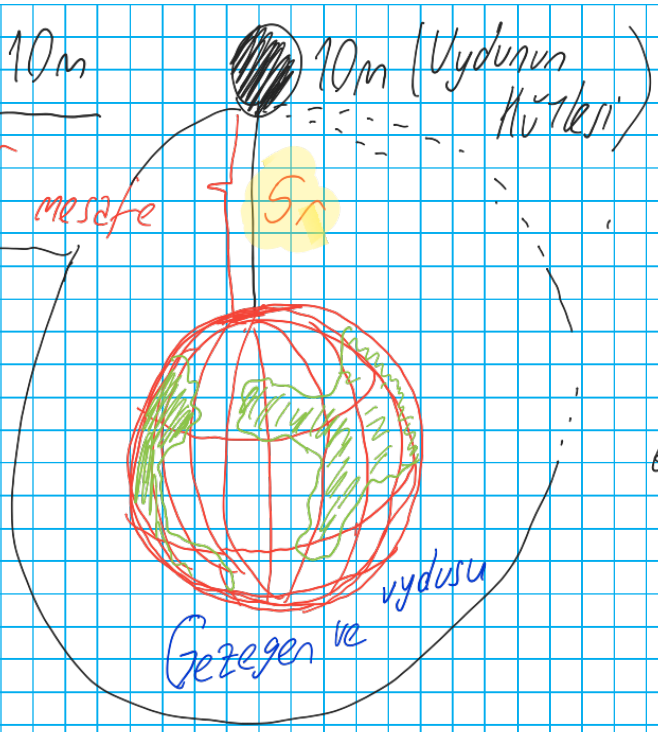
denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\ln 5 + \ln 2}{2 \ln 2}$ B) $\frac{\ln 5 + 2\ln 2}{2 \ln 2}$ C) $\frac{\ln 5 + \ln 2}{\ln 2}$ D) $\frac{\ln 5 - 2\ln 2}{2 \ln 2}$ E) $\frac{\ln 5 - \ln 2}{\ln 2}$

1. E	2. E	3. D	4. D	5. B	6. B	7. A	8. D

$L = \frac{G \cdot M \text{ Kütle}}{R}$ (mesafe)

$\frac{G \cdot M \cdot 10m}{5r}$



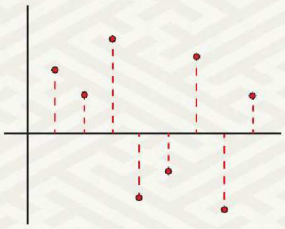
$\frac{10m \cdot G \cdot M}{5r}$

mesafeyi bölme olarak yazarız.

Ağırlık $= m \cdot g$

$g = K \cdot d \cdot r$

Gezegene göre değişir.



▲, ▲■, ▲■■, ▲■■■, ..., ▲■■...■, ...

(★, ▲, ●, ..., ■, ⬭, ▰) ⇒ ▲ − ★ = ● − ▲ = ... = ⬭ − ■ = ▰ − ⬭

O

⇒ ★ + ▰ = ▲ + ⬭ = ● + ■

$\Rightarrow \left(\frac{★ + ▰}{2}\right) \cdot O$

▲, ▲■°, ▲■°°, ▲■°°°, ... , ▲■ $\overbrace{°°°...°}^{O}$

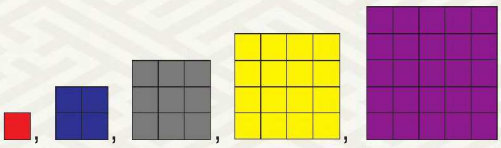
(★, ▲, ●, ..., ■, ⬭, ▰) ⇒ $\frac{▲}{★} = \frac{●}{▲} = \frac{⬭}{■} = \frac{▰}{⬭}$

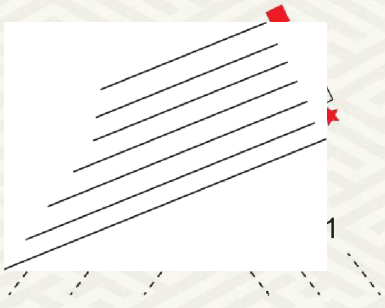
O

⇒ ★ · ▰ = ▲ · ⬭ = ● · ■

⇒ ▲ = $\sqrt{★ \cdot ●}$, ⬭ = $\sqrt{■ \cdot ▰}$

DİZİLER





(■, ▲, ●, ◯, □, ★, ...)

■ + ▲ = ●, ▲ + ● = ◯, ● + ◯ = □, ◯ + □ = ★, ...

YANINDA BULUNSUN

$f: \mathbb{N}^+ \to \mathbb{R}$

$f(n) = a_n$ fonksiyonu için,

$(a_n) = (a_1, a_2, a_3, \cdots a_n, \cdots)$

ifadesine genel terimi $f(n) = a_n$ olan **reel sayı dizisi** denir.

$a_1, a_2, a_3, \cdots$ ifadeleri dizinin ardışık terimleridir. Ayrıca **a_n dizinin n. terimi** olur.

ÖRNEK

Aşağıdakilerden hangileri bir dizinin genel terimi olamaz?

I. $\frac{2n+1}{4n-1}$ II. $\frac{n-3}{n^2+5}$ III. $\frac{1}{(n-1)!}$

IV. $\log(3n-5)$ V. $\sqrt{n^2-4}$

ÇÖZÜM

Bir ifadenin reel sayı dizisinin genel terimi olabilmesi için tüm $x \in \mathbb{N}^+$ için tanımlı olması gerekmektedir.

$\sqrt{n^2-4}$ ifadesi $n = 1$ için bir reel sayıya eşit olamaz.

$\log(3n-5)$ ifadesi $n = 1$ için tanımsızdır.

Dolayısıyla IV ve V nolu ifadeler bir dizinin genel terimi olamaz.

ÖRNEK

Genel terimi,

$$a_n = \frac{3n+1}{n-8}$$

olan bir dizi veriliyor.

Bu dizinin kaç tane teriminin olduğu bilindiğine göre, bu dizinin en çok kaç terimi vardır?

ÇÖZÜM

Genel terimi,

$$a_n = \frac{3n+1}{n-8}$$

olan dizide payda sıfır olamayacağından,

$n - 8 \neq 0$

$n \neq 8$ olmalıdır.

Dolayısıyla, dizide $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ ve a_7 terimleri olup en çok 7 terimi vardır.

ÖRNEK

$$(a_n) = \left(\frac{6n+60}{n+2}\right)$$

dizisinin kaçıncı terimi, kendi sıra numarasına eşit olur?

ÇÖZÜM

$$\frac{6n+60}{n+2} = n \Rightarrow 6n + 60 = n^2 + 2n$$

$$n^2 - 4n - 60 = 0$$

$n \quad -10 \Rightarrow n = 10$ ✓

$n \quad +6 \Rightarrow n = -6$ ✗

10. terimi 10'a eşit olur.

ÖRNEK

$$(a_n) = \left(\frac{2n-3}{n+2}\right)$$

dizisinin kaçıncı terimi 1'dir?

ÇÖZÜM

$$\frac{2n-3}{n+2} = 1$$

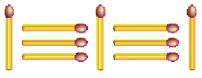
$$2n - 3 = n + 2$$

$n = 5$ olup $a_5 = 1$'dir.

ÖRNEK

Aşağıda, yukarıdan aşağı doğru sayıları aynı miktarda artan kibrit çöplerinden yapılmış şekiller gösterilmiştir.

1. Şekil

2. Şekil 

3. Şekil

Soldan sağa doğru olmak üzere, şekilleri oluşturan kibrit çöplerinin sayısı bir gerçek sayı dizisinin terimleri olduğuna göre, bu dizinin genel terimini bulunuz.

ÇÖZÜM

Soldan sağa doğru,

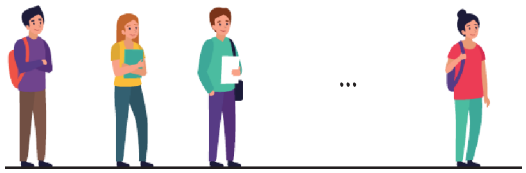
1. Şekilde 5 $\xrightarrow{+4}$
2. Şekilde 9 $\xrightarrow{+4}$
3. Şekilde 13 kibrit çöpü vardır.

Bu durumda dizinin genel terimi,

$a_n = 4n + 1$ olur.

ÖRNEK

Aşağıda, doğrusal bir yol üzerinde 30 farklı noktada bulunan öğrenciler gösterilmiştir.



n. öğrenci ile (n + 1). öğrenci arasındaki mesafe (a_n) dizisi ile $a_{n+1} - a_n$ biçiminde tanımlıdır.

Buna göre, 1. öğrenci ile 30. öğrenci arasındaki uzaklığı bulunuz.

ÇÖZÜM

1. öğrenci ile 30. öğrenci arasındaki uzaklık; 1. öğrenci ile 2. öğrenci, 2. öğrenci ile 3. öğrenci, ..., 29. öğrenci ile 30. öğrenci arasındaki uzaklık toplamıdır.

O halde,

$n = 1$ için
$n = 2$ için
$\vdots$
$n = 29$ için
$+$

$a_{30} - a_1$ bulunur.

ÖRNEK

$\forall\, n \in \mathbb{N}^+$ için,

$a_{n+1} = a_n + n + 1,$
$a_1 = -28$

şeklinde tanımlanan (a_n) dizisinin negatif olmayan ilk terimi kaçıncı terimdir?

ÇÖZÜM

$a_{n+1} - a_n = n + 1$
$-\ a_1 = 2$
$-\ \ = 3$
$-\ \ = 4$
$\ \ \ = 5$
$\vdots\ \ \vdots\ \ \vdots$
$+\ a_{n+1} - \ \ = n + 1$

$$a_{n+1} - a_1 = \frac{(n+1)\cdot(n+2)}{2} - 1$$

$$a_{n+1} = \frac{(n+1)\cdot(n+2)}{2} - 1 + a_1$$

$$a_{n+1} = \frac{(n+1)\cdot(n+2)}{2} - 1 - 28$$

$n = 7$ için $\Rightarrow$ $a_8 = \frac{8\cdot 9}{2} - 29$

$= 7 > 0$ olur.

Dizinin 8. terimi negatif olmayan ilk terimdir.

ÖRNEK

$n \geq 2$ için genel terimi,

$$a_n = \left(\frac{n+1}{n}\right)\cdot a_{n-1}$$

olan (a_n) dizisi için $a_1 = 4$ ise a_{17} kaçtır?

ÇÖZÜM

$a_1 = 4$

$$a_2 = \frac{3}{2}\cdot a_1 = \frac{3}{\ } \cdot \frac{2}{\ } = 6$$

$$a_3 = \frac{4}{3}\cdot a_2 = \frac{4}{\ } \cdot \frac{\ }{\ } \cdot \frac{2}{\ } = 8$$

$$a_4 = \frac{5}{4}\cdot a_3 = \frac{5}{\ } \cdot \frac{\ }{\ } \cdot \frac{\ }{\ } \cdot \frac{2}{\ } = 10$$

$\vdots\ \ \ \vdots\ \ \ \vdots$

$$a_{17} = \frac{18}{17}\cdot a_{16} = \frac{18}{\ } \cdot \frac{\ }{\ } \cdot \ldots \cdot \frac{\ }{\ } \cdot \frac{2}{\ } = 36 \text{ olur.}$$

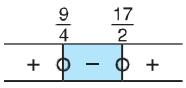
ÖRNEK

$a_n = \left(\frac{4n-9}{2n-17}\right)$

dizisinin kaç terimi negatiftir?

ÇÖZÜM

$\frac{4n-9}{2n-17} < 0$ istenmektedir.



n = 3, 4, 5, 6, 7 ve 8 değerleri için (a_n) dizisinin terimleri negatif olur.

6 tane terim negatiftir.

ÖRNEK

$a_n = \left(\frac{n-2}{2n-1}\right)$

dizisinin kaç terimi $\frac{1}{4}$'ten küçüktür?

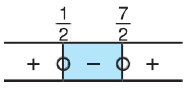
ÇÖZÜM

$$\frac{n-2}{2n-1} < \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{n-2}{2n-1} - \frac{1}{4} < 0$$

(4) (2n − 1)

$$\frac{4n-8-2n+1}{4\cdot(2n-1)} < 0$$

$$\frac{2n-7}{4\cdot(2n-1)} < 0$$



n = 1, 2, 3 için (a_n) dizisinin terimleri $\frac{1}{4}$'ten küçüktür.

ÖRNEK

$a_n = \left(\frac{2n+19}{n+2}\right)$

dizisinin tam sayı olan terimlerinin toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\frac{2n+19}{n+2} \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{2n+19}{n+2} = \frac{2n+4+15}{n+2}$$

$$= \frac{2n+4}{n+2} + \frac{15}{n+2} = 2 + \frac{15}{n+2} \in \mathbb{Z}$$

2 bir tam sayı olup, $\frac{15}{n+2}$ ifadesinin tam sayı olması yeterlidir.

$\frac{15}{n+2} \Rightarrow$ 1, 3, 5, 15

$n+2=1 \Rightarrow n=-1$ ✗ $\Rightarrow$ olmaz

$n+2=3 \Rightarrow n=1$ ✓ $\Rightarrow a_1 = 7$

$n+2=5 \Rightarrow n=3$ ✓ $\Rightarrow a_3 = 5$

$n+2=15 \Rightarrow n=13$ ✓ $\Rightarrow a_{13} = 3$

3 + 5 + 7 = 15 olur.

ÖRNEK

$a_n = \left(\frac{2n^2+2n+6}{n+3}\right)$

dizisinin kaç terimi tam sayıdır?

ÇÖZÜM

$\frac{2n^2+2n+6}{n+3}$ ifadesinde polinom bölmesi yaparsak,

$$\begin{array}{r|l} 2n^2+2n+6 & n+3 \\ \hline -(2n^2+6n) & 2n-4 \\ \hline -4n+6 & \\ -(-4n-12) & \\ \hline +18 & \end{array}$$

$\frac{2n^2+2n+6}{n+3} = 2n-4+\frac{18}{n+3}$ olur.

Tam sayı terim istendiğinden n + 3 ifadesi 18'i tam bölmelidir.

$\frac{18}{n+3} \Rightarrow 1, 2, 3, 6, 9, 18$

$n+3=1 \Rightarrow n=-2$ ✗ $\Rightarrow$ olmaz

$n+3=2 \Rightarrow n=-1$ ✗ $\Rightarrow$ olmaz

$n+3=3 \Rightarrow n=0$ ✗ $\Rightarrow$ olmaz

$n+3=6 \Rightarrow n=3$ ✓ $\Rightarrow$ olur

$n+3=9 \Rightarrow n=6$ ✓ $\Rightarrow$ olur

$n+3=18 \Rightarrow n=15$ ✓ $\Rightarrow$ olur

n = 3, 6, 15 için dizinin terimleri tam sayı olur.

ÖRNEK

Pozitif terimli bir (a_n) dizisi için,

Bir terimin kendinden önceki terime oranı 1'den büyük ise bu terime kararlı terim denir.

Buna göre,

$(a_n) = \left(\frac{8^{n+1}}{n!}\right)$

dizisinde kaç tane kararlı terim vardır?

ÇÖZÜM

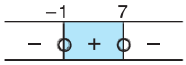
$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{8^{n+2}}{(n+1)!}}{\frac{8^{n+1}}{n!}} > 1$$

$$\frac{8^{n+2}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{8^{n+1}} > 1$$

$$\frac{8}{n+1} > 1$$

$$\frac{8}{n+1} - 1 > 0$$

$$\frac{7-n}{n+1} > 0$$



n = 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 değerleri için a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7 terimleri kararlı terimlerdir.

6 tane kararlı terim bulunur.

ÖRNEK

Aşağıdaki tabloda bir gruptaki kişiler ve kilogram birimine göre ağırlıkları verilmiştir. Ağırlığı en fazla olan kişi 1. kişi olarak adlandırılıp ağırlık azaldıkça sırasıyla 2. kişi, 3. kişi, ... ve ağırlığı en az olan kişi 6. kişi olarak adlandırılacaktır.

Can	Eda	Ali	Ada	Efe	Ela
55	66	57	39	54	48

(a_K) bir gerçek sayı dizisi olmak üzere;

a_K = "K. kişinin ağırlığının rakamları toplamı"

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, (a_K) dizisinin kaçıncı terimleri birbirine eşit olur?

ÇÖZÜM

Önce kişileri ağırlıklarına göre büyükten küçüğe doğru sıralayalım.

66 > 57 > 55 > 54 > 48 > 39
1.kişi 2.kişi 3.kişi 4.kişi 5.kişi 6.kişi

Bu durumda,

$a_1 = 12$, $a_2 = 12$, $a_3 = 10$

$a_4 = 9$, $a_5 = 12$, $a_6 = 12$

olup dizinin 1, 2, 5 ve 6. terimleri birbirine eşit olur.

ÖRNEK

x	2	5	7	8	11
f(x)	7	11	8	5	2

Tabloda f(x) fonksiyonunun bazı x değerleri için aldığı değerler verilmiştir.

(a_n) dizisi için,

$a_{n+1} = f(a_n)$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Buna göre, $a_1 = 7$ ise a_{347} kaçtır?

ÇÖZÜM

$a_1 = 7$,
$a_2 = f(a_1) = f(7) = 8$,
$a_3 = f(a_2) = f(8) = 5$,
$a_4 = f(a_3) = f(5) = 11$,
$a_5 = f(a_4) = f(11) = 2$,
$a_6 = f(a_5) = f(2) = 7$

Buradan her beş terimde bir aynı terimler elde edildiği görülür.

$347 = 5k + 2 \Rightarrow a_{347} = a_2 = 8$ olur.

ÖRNEK

$(a_n) = (-2n^2 + 21n - 12)$

olduğuna göre, (a_n) dizisinin en büyük terimi kaçtır?

ÇÖZÜM

$a_n = -2n^2 + 21n - 12$ ifadesinin en büyük değeri isteniyor.

İfade bir parabol denklemi olup, en büyük değerini

$$r = \frac{-21}{-4} = 5{,}25$$

için alır. Ancak dizilerde tanım kümesi pozitif tam sayılar olduğu için n = 5,25 yazıp (a_n) dizisinin en büyük terimini bulmamız yanlış olur.

n yerine 5,25'e en yakın pozitif tam sayı yazılmalıdır.

$n = 5$ için $\Rightarrow a_5 = -2 \cdot 5^2 + 21 \cdot 5 - 12$
$= -2 \cdot 25 + 105 - 12$
$= 55 - 12$
$= 43 \Rightarrow$ En büyük terim olur.

ÖRNEK

Yerden fırlatılan bir cisim için,

- 8 saat havada kalmaktadır.
- Herhangi bir saatteki yerden yüksekliği havada kaldığı süre ile düşmesine kalan sürenin saat cinsinden çarpımına eşittir.

bilgileri veriliyor.

$n \le 8$ için, f(n) cismin n. saatteki yerden yüksekliğini gösteren fonksiyon olmak üzere,

$$a_n = \begin{cases} f(n) & , \ n \le 8 \\ f(n-8) & , \ n > 8 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan (a_n) dizisi için;

I. $a_{2013} = a_3$

II. $a_{2019} = a_5$

III. $a_{100} = 16$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

ÇÖZÜM

$f(n) = n \cdot (8 - n)$
$= 8n - n^2$ olur.

a_n dizisinin tanımına göre

$2019 > 8$ olduğundan $2019 - 8 = 2011$
$2011 - 8 = 2003$
$2003 - 8 = 1995$
$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$
$19 - 8 = 11$
$11 - 8 = 3$ olduğundan
$a_{2019} = a_3$ olur.

Ayrıca $f(n) = 8n - n^2$ 'de ikinci derece denklem olduğundan

$r = -\frac{8}{-2} = 4$ simetri ekseni olur.

Yani $a_3 = a_5$ olur.

$a_{2019} = a_3 = a_5$ olur.

Aynı düşünce ile $a_{2013} = a_5 = a_3$ olur.

$a_{100} = a_{92} = a_{84} = \cdots = a_4 = 16$ olur.

Dolayısıyla I, II ve III numaralı öncüller doğru olur.

AÇILMATEMATİK

ÖRNEK

(a_n) reel sayı dizisi için ilk n terim toplamı

$S_n = 2^n + n$

olmak üzere, (a_n) dizisinin 5. terimi kaçtır?

ÇÖZÜM

$a_n = S_n - S_{(n-1)}$ olacağından

$S_5 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$

$= 2^5 + 5$

$= 37$

$S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$

$= 2^4 + 4$

$= 20$

Buradan $a_5 = S_5 - S_4 = 17$ olduğundan

$a_5 = 17$ olur.

ÖRNEK

$$(a_n) = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$$

dizisinin ilk 15 terim toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$(a_n) = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$$

$(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$

$$= \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n+1-n}$$

$$= \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

$S_{15} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{15}$

$= \cancel{\sqrt{\ }} - \sqrt{1} +$

$\cancel{\sqrt{\ }} - \cancel{\sqrt{\ }} +$

$\cancel{\sqrt{\ }} - \cancel{\sqrt{\ }} +$

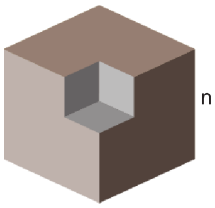
$\cancel{\ } \quad \cancel{\ } +$

$+ \sqrt{16} - \cancel{\sqrt{\ }}$

$S_{15} = \sqrt{16} - \sqrt{1}$

$= 3$ olur.

ÖRNEK



Şekilde bir ayrıt uzunluğu n br olan küpün bir köşesinden bir ayrıt uzunluğu (n – 1) br olan bir küp çıkarıldığında kalan cisim gösterilmiştir. Bu cisme ayrıt uzunluğu n br olan artık küp diyelim.

(a_n) ve (b_n) dizileri için,

a_n = "Ayrıt uzunluğu n br olan artık küpün hacmi"

b_n = "Ayrıt uzunluğu n br olan artık küpün alanı"

ve

(a_n) dizisinin ilk n teriminin toplamı S_n

(b_n) dizisinin ilk n teriminin toplamı T_n

olmak üzere, $\frac{S_6}{T_4}$ oranı kaçtır?

ÇÖZÜM

$a_1 = \cancel{\ }$

$a_2 = \cancel{\ } \quad \cancel{\ }$

$a_3 = \cancel{\ } \quad \cancel{\ }$

$a_4 = \cancel{\ } \quad \cancel{\ }$

$a_5 = \cancel{\ } \quad \cancel{\ }$

$a_6 = \quad \cancel{\ }$

$+$

$S_6 = 6^3$

$b_1 = 6 \cdot 1^2$

$b_2 = 6 \cdot 2^2$

$b_3 = 6 \cdot 3^2$

$b_4 = 6 \cdot 4^2$

$+$

$T_4 = 6 \cdot 1^2 + 6 \cdot 2^2 + 6 \cdot 3^2 + 6 \cdot 4^2$

$= 6 \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2)$

$= 6 \cdot 30 = 180$

$$\frac{S_6}{T_4} = \frac{216}{180}$$

$$= \frac{6}{5} \text{ olur.}$$

ACİL MATEMATİK

YANINDA BULUNSUN

Bütün terimleri birbirine eşit olan diziye **sabit dizi** denir.

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ ve $k \in \mathbb{R}$ için

$(a_n) = (k, k, k, \cdots)$

dizisi sabit dizidir.

ÖRNEK

Aşağıdaki dizilerden hangileri sabit dizidir?

I. $(a_n) = (\tan(n \cdot \pi))$

II. $(a_n) = (\cos(n \cdot \pi))$

III. $(a_n) = ((-1)^n)$

IV. $(a_n) = (2)$

ÇÖZÜM

I. $a_n = \tan(n \cdot \pi) = (0, 0, 0, \cdots)$ sabit dizidir

II. $a_n = \cos(n \cdot \pi) = (-1, 1, -1, 1, \cdots)$ sabit dizi değildir

III. $a_n = (-1)^n = (-1, 1, -1, 1, \cdots)$ sabit dizi değildir

IV. $a_n = (2) = (2, 2, 2, \cdots)$ sabit dizidir

ÖRNEK

$(a_n) = \left(\frac{3n + k}{5n + 10}\right)$

dizisi bir sabit dizi olduğuna göre k reel sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

$(a_n) = \left(\frac{3n + k}{5n + 10}\right)$ sabit dizi ise $\Rightarrow$ $a_1 = a_2 = a_3 = \cdots$

$a_1 = a_2 \Rightarrow \frac{3 \cdot 1 + k}{5 \cdot 1 + 10} = \frac{3 \cdot 2 + k}{5 \cdot 2 + 10} \Rightarrow \frac{3 + k}{3} = \frac{6 + k}{4}$

$\Rightarrow 12 + 4k = 18 + 3k \Rightarrow k = 6$ olur.

II. yol: $a_n = \frac{3n + k}{5n + 10}$ ifadesinin sabit bir fonksiyon olması gerekir.

Sabit fonksiyon olması için de sadeleşmesi gereklidir ki n'den bağımsız bir sayı elde edilsin. Yani,

$\frac{3}{5} = \frac{k}{10} \Rightarrow 5k = 30 \Rightarrow k = 6$ olur.

ÖRNEK

$(a_n) = ((k - 2) \cdot n + 5)$ dizisi sabit dizidir.

Buna göre, $a_3 + k$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$(a_n) = ((k - 2) \cdot n + 5)$

dizisi sabit bir dizi olduğundan n'den bağımsız olmalıdır.

Bu durumda,

$k - 2 = 0$

$k = 2$ dir.

$(a_n) = (5, 5, ..., 5, ...)$ olup

$a_3 = 5$, $k = 2$

$a_3 + k = 5 + 2 = 7$ dir.

YANINDA BULUNSUN

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ için

$a_n = b_n$ ise (a_n) ve (b_n) dizilerine **eşit diziler** denir.

$(a_n) = (b_n)$ şeklinde gösterilir.

ÖRNEK

$(a_n) = \left(\frac{2n + 3}{n + 1}\right)$ ve $(b_n) = \left(\frac{4n + k}{2n + 2}\right)$

dizileri için $(a_n) = (b_n)$ olduğuna göre, k kaçtır?

ÇÖZÜM

$(a_n) = (b_n)$ ise $\Rightarrow$ $a_1 = b_1$, $a_2 = b_2$, $a_3 = b_3$ olmalı

$a_1 = b_1 \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{4 + k}{4} \Rightarrow k = 6$ olur.

ÖRNEK

(a_n) ve (b_n) doğal sayı dizileri için,

- $(a_n) = (b_n)$
- $a_1 = 2$, $b_3 = 5$, $a_5 = 7$, $b_6 = 11$
- $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $a_{n+1} > a_n$

S_n, (a_n) dizisinin ilk n terim toplamını ifade etmek üzere, S_6 en az kaçtır?

ÇÖZÜM

$a_1 = 2$

$a_2 \Rightarrow a_2 > a_1 \Rightarrow a_2 = 3$

$a_3 \Rightarrow a_3 = b_3 \Rightarrow a_3 = 5$

$a_4 \Rightarrow a_4 > a_3 \Rightarrow a_4 = 6$

$a_5 = 7$

$a_6 \Rightarrow a_6 = b_6 \Rightarrow a_6 = 11$

$S_n = 2 + 3 + 5 + 6 + 7 + 11 = 34$ olur.

YANINDA BULUNSUN

(a_n) ve (b_n) reel sayı dizileri ve

$k \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

- $(a_n) + (b_n) = (a_n + b_n)$
- $(a_n) - (b_n) = (a_n - b_n)$
- $(a_n) \cdot (b_n) = (a_n \cdot b_n)$
- $\frac{(a_n)}{(b_n)} = \left(\frac{a_n}{b_n}\right)$, $(b_n \neq 0)$
- $k \cdot (a_n) = (k \cdot a_n)$

Yukarıda görüldüğü gibi diziler arasındaki dört işlem, genel terimleri arasında yapılır.

ÖRNEK

$(a_n) = (2n - 3)$ ve $(b_n) = (n^2 - 1)$ dizileri için,

$2 \cdot (a_n) + (b_n)$

dizisinin genel terimini bulunuz.

ÇÖZÜM

$2 \cdot (a_n) + (b_n) = (2 \cdot a_n + b_n)$

$= (2 \cdot (2n - 3) + (n^2 - 1))$

$= (n^2 + 4n - 7)$ olur.

YANINDA BULUNSUN

Reel sayı dizileri sonsuz elemanlıdır. Ancak $p \in \mathbb{N}^+$ için,

$A_p = \{1, 2, 3, \cdots, p\}$ ve $f : A_p \to \mathbb{R}$

$f(n) = a_n$ olmak üzere,

(a_n) dizisi sonlu dizi olup p tane terimi vardır.

Terimleri $(a_n) = (a_1, a_2, a_3, \cdots, a_p)$ şeklindedir.

ÖRNEK

$A_p = \{1, 2, 3, \cdots, 8\}$ ve $f : A_p \to \mathbb{R}$

$f(n) = n + 2$

şeklinde veriliyor.

$a_n = f(n)$ olduğuna göre, (a_n) dizisinin terimleri toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

Dizi bir sonlu dizi olduğu için

$a_n = n + 2$ ve $(a_n) = (a_1, a_2, a_3, \cdots, a_8)$

$= (3, 4, 5, \cdots, 10)$ olur.

Dizinin terimleri toplamı

$3 + 4 + 5 + \cdots + 10 = \frac{10 \cdot 11}{2} - (1 + 2)$

$= 55 - 3$

$= 52$ olur.

ÖRNEK

$A_{30} = \{1, 2, 3, \cdots, 30\}$ ve $f(n) : A_{30} \to \mathbb{R}$

$f(n) = \log_{(n+1)}(n + 2)$

olmak üzere,

$a_n = f(n)$ ise (a_n) dizisinin tüm terimlerinin çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

(a_n) dizisi 30 elemanlı sonlu bir dizidir.

$(a_n) = (\log_{(n+1)}(n + 2))$ ve

$(a_n) = (\log_2 3, \log_3 4, \log_4 5, \cdots, \log_{31} 32)$ olur.

Tüm terimlerin çarpımı

$= \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \cdots \cdot \log_{31} 32$

$= \frac{\log 3}{\log 2} \cdot \frac{\log 4}{\log 3} \cdot \frac{\log 5}{\log 4} \cdot \cdots \cdot \frac{\log 32}{\log 31}$

$= \frac{\log 32}{\log 2}$

$= \log_2 32$

$= 5$ olarak bulunur.

1. (a_n) bir dizi olmak üzere,

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ için,

I. $a_n > 0$

II. a_n bir reel sayıdır.

III. $a_{n+1} > a_n$

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

A) Yalnız II B) I ve II C) II ve III D) I ve III E) I, II ve III

2. (a_n) bir dizidir.

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ ve k bir tam sayı olmak üzere,

$$a_n = \begin{cases} 3n + 2 , & n = 3k \\ 2^{n+1} , & n = 3k + 1 \\ n^2 - 3 , & n = 3k + 2 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $a_3 + a_4 - a_5$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 18 C) 21 D) 53 E) 65

3. (a_n) bir dizi,

$a_1 = 2$ ve $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için

$$a_{n+1} = \frac{2 \cdot a_n - 3}{2}$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, a_{27} kaçtır?

A) -41 B) -39 C) -37 D) -35 E) -33

4. $(a_n) = \left(\frac{2n^2 + n + 4}{n}\right)$

olmak üzere,

$a_k = 10$ dur.

Buna göre, k kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. $(a_n) = (2^n \cdot n!)$ dizisi için,

$$\frac{a_{k+1}}{a_k} = 14$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, k sayısı kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 10 E) 14

6. (a_n) ve (b_n) terimleri çarpımı sıfırdan farklı olan iki dizi olmak üzere,

I. $(a_n \cdot b_n)$

II. $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$

III. $\left(\frac{a_n + b_n}{a_n - b_n}\right)$

ifadelerinden hangileri kesinlikle bir dizi belirtir?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

7. (a_n) dizisi için

$$a_n = \left(\frac{3n - 11}{n + 2}\right)$$

şeklinde veriliyor.

Buna göre, (a_n) dizisinin 2'den küçük en büyük terimi kaçtır?

A) 1 B) $\frac{23}{12}$ C) $\frac{29}{15}$ D) $\frac{31}{16}$ E) $\frac{47}{24}$

8. $k \in \mathbb{N}^+$ ve $A_k = \{1, 2, 3, \cdots, k\}$ olmak üzere

$f : A_k \to \mathbb{R}$

$$f(n) = \frac{n^2 - 10n - 24}{3n - 2}$$

fonksiyonu veriliyor.

Genel terimi $f(n) = a_n$ olan (a_n) negatif terimli sonlu dizidir.

Buna göre, k en çok kaçtır?

A) 3 B) 7 C) 9 D) 11 E) 12

9. $$(a_n) = \left(\frac{n^3 - n^2 + n + 18}{n + 1}\right)$$

dizisinin kaç terimi tam sayıdır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

AÇIL MATEMATİK

10. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

f fonksiyonu altında bir x sayısının görüntüsü iki katının üç fazlası ile kendisinin yedi eksiğinin çarpımına eşittir.

Buna göre, $(a_n) = f(n)$ şeklinde tanımlanan (a_n) dizisinin en küçük terimi kaçtır?

A) -40 B) -36 C) -33 D) -20 E) -18

11. (a_n) dizisi için

$$(a_n) = \log\left(\frac{n+1}{n}\right)$$

şeklinde veriliyor.

Buna göre, (a_n) dizisinin ilk 99 terimi toplamı kaçtır?

A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

12. (a_n) bir dizi,

$S_n = (a_n)$ dizisinin ilk n terimi toplamı olmak üzere

$$S_n = n^2 - n + 1$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, (a_n) dizisinin iki basamaklı en büyük terimi kaçtır?

A) 91 B) 94 C) 95 D) 98 E) 99

13. Genel terimi,

$$a_n = \frac{n+3}{2n+2}$$

olan (a_n) dizisi veriliyor.

Buna göre genel terimi,

$$b_n = a_{2n+1}$$

olan (b_n) dizisinin dördüncü terimi kaçtır?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{11}{15}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{8}{15}$ E) $\frac{2}{5}$

14. (a_n) dizisi için,

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2}, & a_n \text{ çift ise} \\ 3 \cdot a_n - 1, & a_n \text{ tek ise} \end{cases}$$

$a_1 = 5$ tir.

Buna göre, a_{2020} değeri kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 10 D) 14 E) 20

15. $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için,

$$a_{n+1} = \frac{n+2}{n} \cdot a_n$$

$a_1 = 2$ dir.

Buna göre, a_{16} kaçtır?

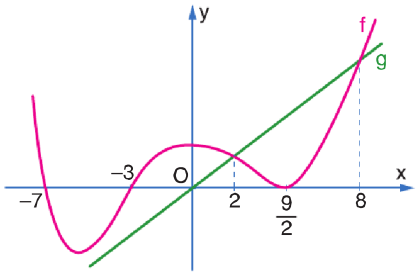
A) 272 B) 256 C) 242 D) 236 E) 224

16. a_n = "n sayısının pozitif bölen sayısı"

şeklinde tanımlanan (a_n) dizisi için a_{2020} kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

17. Aşağıda, f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre,

$$(a_n) = \left(\frac{f(n) - g(n)}{f(n)}\right)$$

dizisinin kaç terimi negatiftir?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

18. P(x) katsayıları tam sayı olan bir polinom ve P(x + 2) polinomunun x + 4 ile bölümünden kalan 45'tir.

Bu göre,

$$(a_n) = \left(\frac{P(n)}{n+2}\right)$$

dizisinin kaç terimi tam sayıdır?

A) 43 B) 15 C) 8 D) 5 E) 2

1. A	2. C	3. C	4. C	5. A	6. B
7. D	8. D	9. B	10. B	11. E	12. D
13. C	14. C	15. A	16. E	17. D	18. D

1. (a_n) bir dizidir.

k ve p iki basamaklı doğal sayılar olmak üzere,

a_n = "n sayısının en büyük asal çarpanı"

şeklinde tanımlanıyor.

$a_k + a_p = 21$ dir.

Buna göre, k + p toplamının en büyük değeri kaçtır?

A) 184 B) 176 C) 168 D) 159 E) 154

2. $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{Z}$

$$f(n) = \begin{cases} n, & n \in \mathbb{Z} \\ \text{n'den küçük en büyük tam sayı} & n \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

olmak üzere genel terimi $a_n = f(\log_3 n)$ olan (a_n) dizisi için, dizinin ilk 100 terim toplamı kaçtır?

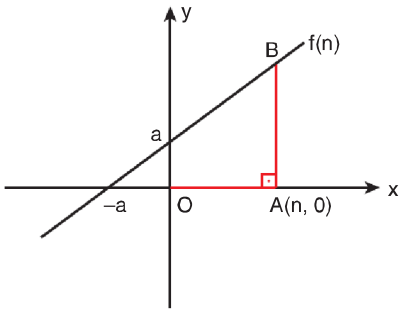
A) 276 B) 284 C) 286 D) 291 E) 296

3. $(a_n) = (n^2 - 5n + 1)$

dizisinin en küçük terimi kaçtır?

A) –6 B) –5 C) –4 D) –3 E) –2

4. Şekilde verilen f(n) fonksiyonunun grafiği olmak üzere,



$\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $a_n = |OA| + |AB|$ olan (a_n) dizisi tanımlanmaktadır.

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 32$ dir.

Buna göre, a_5 kaçtır?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

5. $(a_n) = \left(\frac{n+1}{3n-4}\right)$

dizisi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\left(-2, \frac{3}{2}, \frac{4}{5}\right)$ B) $\left(-2, 2, \frac{4}{5}, \ldots\right)$

C) $\left(\frac{3}{2}, \frac{4}{5}, -2, \ldots\right)$ D) $\left(-2, \frac{3}{2}, \frac{4}{5}, \ldots\right)$

E) $\left(2, \frac{3}{2}, \frac{4}{5}, \ldots\right)$

AÇILMATEMATİK

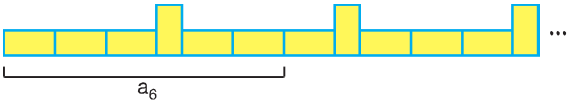
6. (a_n) dizisi için,

- Herhangi ardışık üç terimin çarpımı 1'dir.
- İlk 32 terim çarpımı 6'dır.
- İlk 52 terim çarpımı 3'tür.

Buna göre, $a_7 + a_8$ toplamı kaçtır?

A) 15 B) 10 C) 9 D) 5 E) 3

7. Kenar uzunlukları 1 br ve 2 br olan dikdörtgenler ile şekildeki gibi bir örüntü yapılıyor.



$a_6 = 2 + 2 + 2 + 1 + 2 + 2 = 11$

(a_n) bir dizidir.

a_n = "Başlangıçtan itibaren n tane dikdörtgen kullanıldığında elde edilen şeklin uzunluğu"

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, a_{35} kaçtır?

A) 58 B) 62 C) 64 D) 66 E) 68

8. $(a_n) = \left(\log_{(n+1)}(n+2)\right)$

olmak üzere, (a_n) dizisinin ilk 126 terim çarpımı kaçtır?

A) 64 B) 32 C) 16 D) 7 E) 5

9. $f(n) = \dfrac{n-2}{2n-1}$ olmak üzere,

genel terimi,

$$a_n = (\underbrace{f \circ f \circ f \circ f \circ \ldots \circ f}_{n \text{ tane}})(n)$$

olan (a_n) dizisi için a_{2020} kaçtır?

A) 2020 B) $\dfrac{2018}{4019}$ C) $\dfrac{4019}{2018}$ D) $\dfrac{1}{2020}$ E) 1

AÇIL MATEMATİK

10. Genel terimi a_n olan (a_n) dizisi için $a_1 = 3$, $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için,

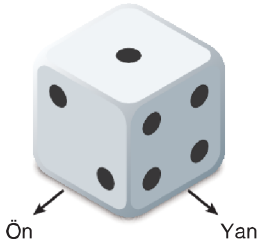
$$a_{n+1} = \frac{2 \cdot a_n + 5}{2}$$

eşitliği verilmiştir.

Buna göre, a_{49} kaçtır?

A) 117 B) 120 C) 123 D) 126 E) 133

11. Şekildeki karşılıklı yüzlerindeki noktaların toplam sayısı eşit olan zar görülmektedir.



$$a_n = \begin{cases} \text{n defa yana yuvarlandığında üste gelen yüzdeki nokta sayısı,} & \text{n tek ise} \\ \text{n defa öne yuvarlandığında üste gelen yüzdeki nokta sayısı,} & \text{n çift ise} \end{cases}$$

Genel terimi verilen (a_n) dizisi için $a_{81} + a_{106}$ toplamı kaçtır?

A) 11 B) 9 C) 8 D) 7 E) 5

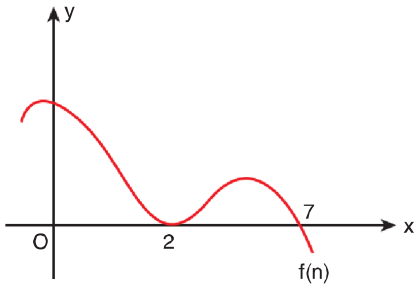
12. (a_n) ve (b_n) dizileri, $\forall k \in \mathbb{N}^+$ için $a_k < b_k$ olacak şekilde tanımlanmıştır.

(a_n) dizisinin ilk 7 terim toplamı 48'dir.

Buna göre, (b_n) dizisinin ilk 7 terim toplamı <u>en az</u> kaçtır?

A) 49 B) 52 C) 55 D) 58 E) 62

13. Aşağıda, f(n) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

$a_n = (n^2 - 5n) \cdot f(n)$

şeklinde tanımlanan (a_n) dizisinin kaç terimi negatif <u>değildir</u>?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

AÇILMATEMATİK

14. Genel terimi $a_n = 2^{n-1} \cdot n!$

olan (a_n) dizisi için,

$$\frac{a_{n+2}}{a_n} = 80$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, n kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

15. $(a_n) = (\sin^2 n°)$

$(b_n) = (\cos^2 n°)$

dizileri için,

(a_n) dizisinin ilk n terim toplamı T_n

(b_n) dizisinin ilk n terim toplamı S_n dir.

Buna göre, $S_{44} + T_{45}$ toplamının değeri kaçtır?

A) 89 B) 88 C) 45 D) 44,5 E) 44

16. Genel terimi,

a_n = "n + 2 kenarlı bir düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsü"

olarak tanımlanan (a_n) dizisinin kaç terimi tam sayıdır?

A) 24 B) 23 C) 22 D) 21 E) 20

17. Genel terimi,

$$a_n = \begin{cases} n, & n \text{ tek ise} \\ 1, & n \text{ çift ise} \end{cases}$$

şeklinde verilen (a_n) dizisinin ilk 50 terim toplamı kaçtır?

A) 650 B) 640 C) 635 D) 630 E) 625

1. D	2. B	3. B	4. A	5. D	6. D
7. B	8. D	9. A	10. C	11. B	12. A
13. B	14. A	15. D	16. C	17. A	

YANINDA BULUNSUN

Ardışık terimleri arasındaki fark sabit olan dizilere **aritmetik dizi** denir. Sabit olan farka da **dizinin ortak farkı** denir.

$\forall \in \mathbb{N}^+$ için,

$a_{(n+1)} - a_n = r \rightarrow$ ortak fark $(r \in \mathbb{R})$

$a_{100} - a_{99} = a_{89} - a_{88} = a_{15} - a_{14} = a_7 - a_6 = r$ olur.

$$\left.\begin{array}{r} \cancel{\ } - a_1 = r \\ \cancel{\ } - \cancel{\ } = r \\ \cancel{\ } - \cancel{\ } = r \\ \cancel{\ } - \cancel{\ } = r \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ + \quad a_n - a_{(\cancel{\ }1)} = r \end{array}\right\} (n-1) \text{ tane}$$

$$a_n - a_1 = (n-1) \cdot r$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

İlk terimi a_1 ve ortak farkı r olan aritmetik dizinin genel terimi olur.

ÖRNEK

Birinci terimi 4, üçüncü terimi 10 olan aritmetik dizinin genel terimini bulunuz.

ÇÖZÜM

Aritmetik dizi için genel terim $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$ dir.

$a_3 = a_1 + 2 \cdot r$

$10 = 4 + 2 \cdot r$

$6 = 2 \cdot r$

$r = 3$ olur.

Buna göre,

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$

$a_n = 4 + (n-1) \cdot 3$

$a_n = 4 + 3n - 3$

$a_n = 3n + 1$ bulunur.

ÖRNEK

(a_n) aritmetik dizisinde,

$a_5 = 11$

$a_{11} = 35$

olduğuna göre, dizinin genel terimini bulunuz.

ÇÖZÜM

Aritmetik dizi için genel terim $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$ dir.

$a_5 = a_1 + 4 \cdot r = 11$

$a_{11} = a_1 + 10 \cdot r = 35$

$-$

$-6r = -24$

$r = 4$ olur.

$a_1 + 4 \cdot r = 11$

$a_1 + 4 \cdot 4 = 11$

$a_1 = -5$ olur.

Genel terim,

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$

$a_n = -5 + (n-1) \cdot 4$

$a_n = -5 + 4n - 4$

$a_n = 4n - 9$ olur.

ÖRNEK

Bir altıgenin iç açılarının ölçüleri aritmetik dizi oluşturmaktadır.

En büyük dış açının ölçüsü 100° olduğuna göre, en büyük iç açının ölçüsü kaç derecedir?

ÇÖZÜM

En büyük dış açının ölçüsü 100° ise en küçük iç açı 80° olur.

İç açıları sıralarsak,

$a_1 = 80°$

$a_2 = 80° + r$

$a_3 = 80° + 2r$

$a_4 = 80° + 3r$

$a_5 = 80° + 4r$

$a_6 = 80° + 5r$

$+$

$480° + 15r = 720°$ (Altıgenin iç açıları toplamı)

$15r = 240°$

$r = 16°$

$a_6 = 80° + 5r$

$= 80° + 5 \cdot 16$

$= 160°$ olur.

ACİL MATEMATİK

ÖRNEK

Bir konser salonunda sahne ve sahneyi karşıdan gören koltuklar için,

- Sahneye en yakın koltuk sırası sahneye 5 m uzaklıktadır.
- Ardışık koltuk sıraları arası 1 m'dir.
- En ön sırada 60 koltuk olup arkaya doğru her sırada 10'ar koltuk artarak gitmektedir.

Bilet fiyatları sahneye olan uzaklığa göre tablodaki şekilde ayarlanmaktadır.

Mesafe (m)	Ücret
5 – 8	250 TL
9 – 15	200 TL
16 – 25	150 TL
26 – 40	100 TL
41 – 50	50 TL

Buna göre, 150 TL'ye satılabilecek kaç bilet vardır?

ÇÖZÜM

Sahneye uzaklık için

1. sıra 5 m

2. sıra 6 m

3. sıra 7 m

Buna göre, $a_1 = 5$, $r = 1$ olan aritmetik dizi gibi düşünürsek

$a_n = 5 + (n-1)\cdot 1$

$a_n = n + 4$ olur.

150 TL'lik biletler için mesafe 16 – 25 metre olduğundan,

$16 \le n + 4 \le 25$

$12 \le n \le 21$

Buna göre, 12., 13., $\cdots$, 21. sıralar 150 TL'ye satılır. Şimdi bu sıradaki koltuk sayılarını bulalım.

1. sıra 60 koltuk

2. sıra 70 koltuk

3. sıra 80 koltuk

Buna göre, $b_1 = 60$ ve $r = 10$ olan aritmetik dizi olur.

$b_n = 60 + (n-1)\cdot 10$

$b_n = 10n + 50$ sıraya göre koltuk sayılarını verir.

150 TL'lik toplam bilet sayısı

$$b_{12} + b_{13} + b_{14} + \cdots + b_{21} = 170 + 180 + 190 + \cdots + 260$$

$$= \frac{260 + 170}{2}\cdot 10 = \frac{430}{2}\cdot 10$$

$= 2150$ adet bilet vardır.

YANINDA BULUNSUN

(a_n) ortak farkı r olan bir aritmetik dizidir.

$n, p \in \mathbb{N}^+$ ve $n > p$ olmak üzere,

$a_n = a_p + (n-p)\cdot r$ ve buradan hareketle,

$\frac{a_n - a_p}{n-p} = r$ olur.

ÖRNEK

(a_n) bir aritmetik dizi ve $k \neq 0$ olmak üzere,

$a_n = k$

$a_{2n} = 4k$

olduğuna göre, $\frac{a_{4n}}{a_n}$ kaçtır?

ÇÖZÜM

$a_{4n} = x$ olsun,

$$\frac{a_{4n} - a_{2n}}{4n - 2n} = \frac{a_{2n} - a_n}{2n - n}$$

$$\frac{x - 4k}{2} = \frac{3k}{1}$$

$x - 4k = 6k$

$x = 10k$

Buradan,

$\frac{a_{4n}}{a_n} = \frac{10k}{k} = 10$ olur.

ÖRNEK

(a_n) bir aritmetik dizi ve $p \neq m$ olmak üzere,

$a_p = m$

$a_m = p$

Buna göre, dizinin ortak farkı kaçtır?

ÇÖZÜM

$r = \frac{a_p - a_m}{p - m} = \frac{m - p}{p - m} = -1$ olur.

ACİL MATEMATİK

ÖRNEK

Cuma günü vizyona giren bir film ilk gün 13800 kişi tarafından izlenmiştir.

İzleyici sayısı her gün eşit sayıda azalan bu film, 15 gün vizyonda kalmış ve son gün filmi 3300 kişi izlemiştir.

Buna göre, film vizyonda kaldığı sürede hafta sonu günlerinde toplam kaç kişi tarafından izlenmiştir?

ÇÖZÜM

Soruda izleyici sayısının her gün eşit sayıda azaldığı söylendiğinden sorunun çözümünde aritmetik dizi kullanılacağı anlaşılmaktadır.

Dolayısıyla,

$a_1 = 13800$

$a_{15} = 3300$

$a_{15} = a_1 + 14r$

$3300 = 13800 + 14r$

$r = -750$ olur.

15 günde 4 hafta sonu gün olduğundan,

$a_2 + a_3 + a_9 + a_{10}$

$= 4 \cdot a_1 + 20 \cdot r$

$= 4 \cdot 13800 - 15000$

$= 40200$ kişi tarafından izlenmiştir.

YANINDA BULUNSUN

(a_n) aritmetik dizisinde her terim, kendisinden eşit uzaklıkta bulunan iki terimin aritmetik ortalamasına eşittir.

$$a_n = \frac{a_{n-p} + a_{n+p}}{2} \text{ olur.}$$

Örneğin,

$$a_8 = \frac{a_1 + a_{15}}{2} = \frac{a_5 + a_{11}}{2} = \frac{a_9 + a_7}{2}$$

$$a_{11} = \frac{a_8 + a_{14}}{2} = \frac{a_5 + a_{17}}{2}$$

şeklinde düşünülebilir.

ÖRNEK

(a_n) aritmetik dizi olmak üzere,

$a_8 = 11$

olduğuna göre, $a_4 + a_6 + a_{10} + a_{12}$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

(a_n) aritmetik dizi olduğundan,

$$\frac{a_4 + a_{12}}{2} = \frac{a_6 + a_{10}}{2} = a_8 = 11$$

$a_4 + a_{12} = 22$

$a_6 + a_{10} = 22$

$a_4 + a_6 + a_{10} + a_{12} = 44$'tür.

ÖRNEK

a, b ve $c \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

denkleminin sıfırdan farklı kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere,

Denklemin kökleri, kökler toplamı ve kökler çarpımı bir aritmetik dizinin ardışık terimleridir.

Buna göre, $\frac{b + c}{a}$ oranı kaçtır?

ÇÖZÜM

x_1 , x_2 , $x_1 + x_2$, $x_1 \cdot x_2$ bir artimetik dizinin ardışık terimleri olduğundan,

$\diagdown + x_1 \cdot x_2 = x_2 + \diagdown + x_2$

$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot x_2$

$x_1 = 2$ olur.

Ayrıca,

$$\frac{x_1 + x_1 + x_2}{2} = x_2$$

$$\frac{4 + x_2}{2} = x_2$$

$4 + x_2 = 2x_2$

$x_2 = 4$ olur.

$$\frac{b + c}{a} = \frac{b}{a} + \frac{c}{a}$$

$-(x_1 + x_2)$ $(x_1 \cdot x_2)$

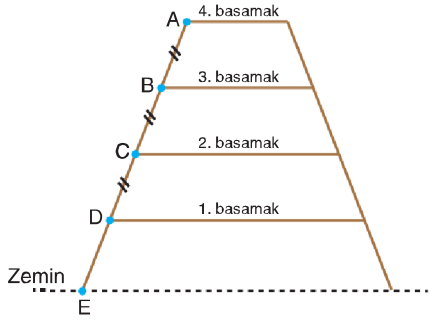
$= -6 + 8$

$= 2$ olur.

ÖRNEK

Aşağıda, basamaklı zemine ve birbirine paralel olan bir merdiven görseli verilmiştir.

$|AB| = |BC| = |CD|$



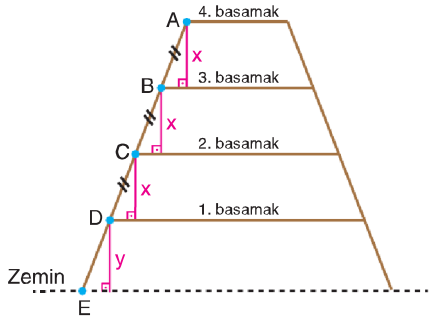
(a_n) bir dizi olmak üzere,

(a_n) = "n. basamakta bulunan bir noktanın zemine olan uzaklığı"

şeklinde tanımlanmaktadır.

Buna göre, (a_n) dizisinin aritmetik bir dizi olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM



(a_n) dizisinin terimlerini yazalım.

$a_1 = y$

$a_2 = y + x$

$a_3 = y + 2x$

$a_4 = y + 3x$ dir.

$a_4 - a_3 = a_3 - a_2 = a_2 - a_1$

olduğundan (a_n) dizisi aritmetik dizidir.

YANINDA BULUNSUN

(a_n) bir aritmetik dizi olmak üzere,

(a_n) dizisinin ilk n terimi toplamı,

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

$$S_n = n \cdot \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right) \text{ olur.}$$

Ayrıca,

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$S_n = n \cdot \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right) = n \cdot \left(\frac{a_1 + a_1 + (n-1) \cdot r}{2}\right)$$

$$S_n = n \cdot \left(\frac{2a_1 + (n-1) \cdot r}{2}\right) \text{ olur.}$$

NOT

Örnek sorularda verilen S_n için yukarıda verilen tanım kullanılacaktır.

ÖRNEK

(a_n) aritmetik dizi olmak üzere,

$a_3 = 7$

$a_{11} = -9$

olduğuna göre, S_{18} ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$a_3 = 7$

$a_{11} = -9$ ise $r = \dfrac{a_{11} - a_3}{11 - 3}$

$$r = \frac{-9 - 7}{11 - 3}$$

$r = -2$ olur.

$a_3 = a_1 + 2r \Rightarrow 7 = a_1 + (-4)$

$a_1 = 11$

$$S_{18} = 18 \cdot \left(\frac{a_1 + a_{18}}{2}\right)$$

$$= 18 \cdot \left(\frac{11 + 11 + 17 \cdot (-2)}{2}\right)$$

$$= 18 \cdot \left(\frac{22 - 34}{2}\right)$$

$= -108$ olur.

ÖRNEK

(a_n) aritmetik dizisi için,

$a_5 + 14 = 3 \cdot a_9$

olduğu (a_n) dizisi için, S_{21} kaçtır?

ÇÖZÜM

$$a_5 + 14 = 3 \cdot a_9$$
$$a_1 + 4r + 14 = 3 \cdot (a_1 + 8r)$$
$$a_1 + 4r + 14 = 3a_1 + 24r$$
$$14 = 2a_1 + 20r$$

$$S_{21} = 21 \cdot \left(\frac{\overbrace{a_1 + a_1 + 20r}^{14}}{2}\right) = 21 \cdot \left(\frac{14}{2}\right) = 21 \cdot 7 = 147 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

(a_n) aritmetik dizisi için,

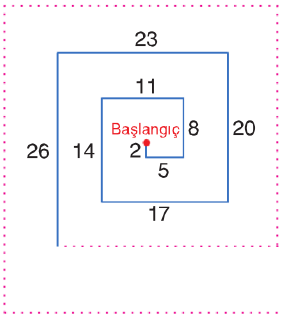
$S_{14} = 3 \cdot S_7$

olduğuna göre, $\frac{a_1}{r}$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$S_{14} = 3 \cdot S_7$$
$$14 \cdot \frac{a_1 + a_{14}}{2} = 3 \cdot 7 \cdot \frac{a_1 + a_7}{2}$$
$$2 \cdot \frac{2a_1 + 13r}{} = 3 \cdot \cdot \frac{2a_1 + 6r}{}$$
$$4a_1 + 26r = 6a_1 + 18r$$
$$8r = 2a_1$$
$$\frac{a_1}{r} = 4 \text{ olur.}$$

ÖRNEK



Şekilde görülen sayılar yanında durduğu çubuğun uzunluğunu göstermek üzere,

Mevcut çubukları ile 21 köşe elde eden bir kişinin çubuklarının uzunluğu kaç br olur?

ÇÖZÜM

Çubuk uzunlukları 2, 5, 8, 11, ··· dir.

Bu ilk terimi 2 ve ortak farkı 3 olan aritmetik bir dizi belirtir.

21 köşe elde etmek için 22 çubuk kullanılmıştır.

$$S_{22} = 22 \cdot \left(\frac{a_1 + a_{22}}{2}\right) = 22 \cdot \left(\frac{2 + 65}{2}\right) = 11 \cdot 37 = 407 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

(a_n) bir dizi olmak üzere,

(a_n) dizisinin ardışık terimleri arasındaki fark, bir aritmetik dizinin, ardışık terimleri oluyorsa (a_n) dizisine süper aritmetik dizi denir.

Örneğin,

$(a_n) = (5, 7, 11, 17, 25, \cdots)$

dizisinin ardışık terimleri arasındaki farklar (2, 4, 6, 8, ···) olduğundan (a_n) dizisi süper aritmetik dizidir.

Buna göre,

$(a_n) = (5, 7, 11, 17, 25, \cdots)$

süper aritmetik dizisinin 20. terimi kaçtır?

ÇÖZÜM

(a_n) bir süper dizi olduğundan ardışık terimleri arasındaki farklar bir aritmetik dizi oluşturur.

Bu aritmetik diziye (f_n) diyelim.

$$\cdots - a_1 = f_1$$
$$\cdots - \cdots = f_2$$
$$\cdots - \cdots = f_3$$
$$\cdots = f_4$$
$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$
$$a_{20} - \cdots = f_{19}$$
$$+$$
$$a_{20} - a_1 = \underbrace{f_1 + f_2 + f_3 + \cdots + f_{19}} \text{ olur.}$$

$$a_{20} - a_1 = 2 + 4 + 6 + + \cdots + (2 + 2 \cdot 18)$$
$$a_{20} - a_1 = 19 \cdot \left(\frac{2 + 38}{2}\right)$$
$$a_{20} - a_1 = 19 \cdot 20$$
$$a_{20} - a_1 = 380$$
$$a_{20} = 385 \text{ bulunur.}$$

1. (a_n) aritmetik dizisi için,

$a_1 + a_9 = 12$

$a_5 + a_{13} = 28$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, a_7 kaçtır?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

2. (a_n) aritmetik dizisi için,

$a_5 = 19$

$a_{11} = 43$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, bu dizinin üç basamaklı <u>en küçük</u> terimi kaçtır?

A) 100 B) 101 C) 102 D) 103 E) 104

3. $(a_n) = (3, 7, 11, \cdots)$

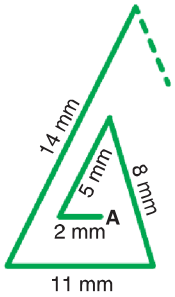
$(b_n) = (143, 140, 137, \cdots)$

aritmetik dizileri veriliyor.

Buna göre, bu dizilerin kaçıncı terimleri eşittir?

A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

4. Tuncel, A noktasından başlayarak 2 mm'lik düz bir çizgi çizmiştir.



Tuncel bundan sonraki çizeceği her düz çizgiyi bir öncekinden 3 mm daha uzun olarak çizecektir.

Buna göre, Tuncel 24. çizgiyi çizip şekli tamamladığında oluşan şekildeki tüm çizgilerin uzunlukları toplamı kaç mm olur?

A) 972 B) 934 C) 884 D) 876 E) 792

5. (a_n) bir aritmetik dizi ve $a_{13} \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{a_7 + a_{11} + a_{21}}{a_{13}}$$

oranı kaçtır?

A) 7 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

ACİL MATEMATİK

6. İlk üç terimi sırasıyla,

$4x - 7,\quad 2x + 5,\quad x + 8$

olan aritmetik dizinin negatif değerli ilk terimi kaçtır?

A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -6

7. (a_n) bir aritmetik dizi ve dizinin ilk n terim toplamı S_n olmak üzere,

$S_{21} - S_{14} = 42$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, a_{18} kaçtır?

A) 14 B) 10 C) 8 D) 7 E) 6

8. (a_n) bir aritmetik dizi olmak üzere,

dizinin 4. terimi 11 ve ilk 10 teriminin toplamı 145'tir.

Buna göre, dizinin 7. terimi kaçtır?

A) 16 B) 18 C) 21 D) 23 E) 25

9. x, y ve $z \in \mathbb{R}$ ve

x, y, z sayıları bir aritmetik dizinin ardışık üç terimidir.

I. $x - 2, y, z + 2$

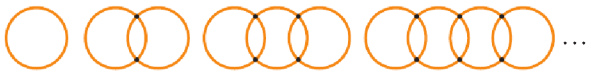
II. $3x, 4y, 5z$

III. $x + y, x + z, y + z$

ifadelerinden hangileri bir aritmetik dizinin ardışık üç terimi olabilir?

A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II D) II ve III E) I, II ve III

10. Aşağıda, 1. Adımda bir çemberle başlanıp, her bir adımda çemberin sağına bu çemberle iki noktada kesişecek biçimde bir çember çizilmiştir.

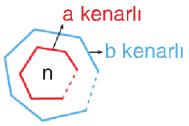


1. Adım 2. Adım 3. Adım 4. Adım

Buna göre, 23. adımdaki çemberler ile kesişim noktalarının sayıları toplamı kaçtır?

A) 64 B) 67 C) 68 D) 70 E) 71

1. A	2. D	3. C	4. D	5. D
6. A	7. E	8. B	9. E	10. B

1. 

ifadesi ilk terimi a ve ortak terim farkı b olan aritmetik dizinin n. terimini ifade etmektedir.

Buna göre,

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

2. Bir aritmetik dizide ilk n terim toplamı,

$S_n = 2n^2 + n$ dir.

Buna göre, dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2n + 1$ B) $2n$ C) $2n - 1$ D) $4n - 1$ E) $4n + 1$

3. (a_n) aritmetik bir dizi olmak üzere,

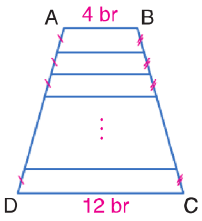
$a_7 = 25$ dir.

Buna göre,

$a_3 + a_6 + a_8 + a_{11}$

toplamının sonucu kaçtır?

A) 25 B) 50 C) 75 D) 100 E) 125

4. 

ABCD bir yamuk,

[AB] // [DC]

|AB| = 4 br

|DC| = 12 br

Şekildeki gibi ABCD yamuğunun yan kenarlarını eşit bölecek şekilde 15 doğru parçası çizilmiştir.

Buna göre, çizilen altıncı doğru parçasının uzunluğu kaç birimdir?

A) 5 B) $\frac{11}{2}$ C) 6 D) $\frac{13}{2}$ E) 7

5. Babası Derin'in çok sevdiği oyuncağı alabilmesi için kumbarasına 5 TL koyuyor ve hergün 3 TL eklerse en erken 18. gün oyuncağı alabileceğini söylüyor.

Ancak Derin, oyuncağı daha erken alabilmek için hergün 3 TL yerine 4 TL ekliyor.

Buna göre, Derin oyuncağını en erken kaçıncı gün alabilir?

A) 17 B) 16 C) 15 D) 14 E) 13

6. (a_n) bir aritmetik dizidir.

Buna göre,

I. $4n + 7$

II. $n^2 - 5n$

III. $n^2 + 4n + 3$

ifadelerinden hangileri (a_n) dizisinin ilk n terimi toplamını ifade edebilir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) II ve III E) I ve III

ACİL MATEMATİK

7. Bir hava yolu şirketinde satışa sunulan bilet türleri ve satışa ilk çıktıkları haftadaki fiyatları ile uçuşa yaklaşılan her hafta için bilet başına yapılan fiyat artışı Tablo I'de verilmiştir.

Bilet Türü	İlk Hafta Fiyat	Haftalık Fiyat Artışı
I.Sınıf	240 TL	10 TL
Ekonomi Sınıfı	160 TL	15 TL
Promosyon Sınıfı	90 TL	20 TL

Tablo I

Biletler her bir uçuş için, uçuştan 12 hafta önce satışa çıkmakta olup, ilk haftadaki satış adetleri ve bir önceki haftaya göre satış adedindeki değişim Tablo II'de verilmiştir.

Bilet Türü	İlk Hafta Satış Adedi	Haftalık Değişim
I.Sınıf	2	1 artar
Ekonomi Sınıfı	40	3 artar
Promosyon Sınıfı	60	5 azalır

Tablo II

Buna göre, bu hava yolu şirketi 300 TL ve üzeri kaç bilet satmıştır?

A) 215 B) 211 C) 209 D) 208 E) 205

8. (a_n) bir aritmetik dizi,

$$a_5 + 12 = 3 \cdot a_{11}$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, (a_n) dizisinin ilk yirmi yedi teriminin toplamı kaçtır?

A) 162 B) 156 C) 144 D) 128 E) 108

9. Bir aritmetik dizinin bazı terimleri silinmiştir. Ahmet, bu aritmetik dizinin terimlerinden olan 10 ile 49 arasında 12 terim olduğunu görüyor. Bu dizinin ilk terimi –2 dir.

Buna göre, 10 sayısı dizinin kaçıncı terimidir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

10. Doruk Bey, bir inşaat firmasına başvurmuş, örnek daireyi gezerek bu projeden ev almaya karar vermiştir.

Evin nakit fiyatı 800.000 TL olup taksitli almak isteyenler için şu seçenekler sunulmuştur.

I. Seçenek : İlk ay 2.000 TL ve her ay bir önceki ayki taksite 100 TL artış ile toplam 120 ay ödeme yapılarak eve sahip olunabilir.

II. Seçenek : 120 ay boyunca 4.000 TL sabit taksit ve bu sürede taksitler haricinde 120 aylık taksitler bitene kadar her yıl 60.000 TL ara ödeme yapılarak eve sahip olunabilir.

Yukarıdaki taksitli seçeneklerden hangisi diğerine göre kaç TL farkla avantajlı olur?

A) I. Seçenek, 126.000 TL
B) I. Seçenek, 86.000 TL
C) Her iki seçenek eşittir.
D) II. Seçenek, 86.000 TL
E) II. Seçenek, 136.000 TL

11. Murat, tatile çıkacağı için akvaryumda beslediği balıklarını otomatik olarak yemleyecek olan bir aparat satın alıyor.

Satıcı, aparatın ilk çalışmada 5 mg yem bırakıp takip eden her yarım saat için 3 mg yem bırakarak bir paket yem ile 10 tam gün yemleme yaptığını söylemiştir. Tatil öncesinde ayarları karıştıran Murat, yemleme aparatını ilk çalışmada 3 mg yem bırakıp her yarım saatte 5 mg bırakan ayara getirmiştir.

Buna göre, yemleme aparatı kaç tam gün yemleme yapar?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

12. (a_n) bir aritmetik dizi, $a_5 = 8$ ve dizinin ilk 20 terim toplamı 490'dır.

$$b_n = (-1)^n \cdot a_n$$

şeklinde tanımlanan (b_n) dizisinin ilk 20 terim toplamı kaçtır?

A) –60 B) –30 C) 0 D) 30 E) 60

13. $x^2 + mx + n = 0$

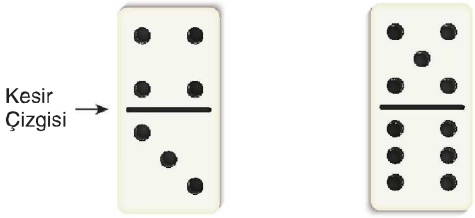
denkleminin sıfırdan farklı kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere,

$$x_1 \ , \ x_2 \ , \ x_1 + x_2 \ , \ x_1 \cdot x_2$$

bir aritmetik dizinin ardışık ilk dört terimi olduğuna göre, m kaçtır?

A) –6 B) –2 C) 2 D) 4 E) 6

14. Bir öğrencinin elinde aşağıda gösterilmiş olan iki tane domino taşı vardır.



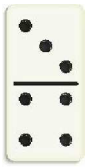
1. Taş 2. Taş

Öğrenci, domino taşındaki noktalı kısımları birbirinden ayıran çizgiyi kesir çizgisi, kesir çizgisinin üstünü pay ve altını da payda olarak kabul etmiştir.

Örneğin; öğrenci, 1. Taşı $\frac{4}{3}$ olarak okumaktadır.

Buna göre, öğrenci 2. Taşın yanına aşağıdaki taşlardan hangisini koyarsa bu 3 taş bir aritmetik dizi oluşturur?

A)

B) 

C)

D)

E)

1. C	2. D	3. D	4. E	5. D	6. B	7. B
8. A	9. B	10. A	11. C	12. D	13. A	14. E

YANINDA BULUNSUN

Ardışık iki teriminin oranı hep aynı sabit sayıya eşit olan dizilere **geometrik dizi** denir. Kısaca,

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ için,

$\frac{a_{n+1}}{a_n} = r \quad (r \in \mathbb{R})$ dir.

a_1 dizinin ilk terimi, r ise dizinin ortak çarpanıdır.

$$\frac{a_{100}}{a_{99}} = \frac{a_{51}}{a_{50}} = \frac{a_{18}}{a_{17}} = \frac{a_5}{a_4} = \frac{a_{k+1}}{a_k} = r$$

Buradan hareketle

$a_1 = a_1$

$a_2 = a_1 \cdot r$

$a_3 = a_2 \cdot r = a_1 \cdot r \cdot r = a_1 \cdot r^2$

$a_4 = a_3 \cdot r = a_1 \cdot r^2 \cdot r = a_1 \cdot r^3$

$a_5 = a_4 \cdot r = a_1 \cdot r^3 \cdot r = a_1 \cdot r^4$

$\vdots \quad \vdots$

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ olur.

Bu ifadeye ilk terimi a_1 ve ortak çarpanı r olan geometrik dizinin genel terimi denir.

ÖRNEK

İlk terimi 48 ve ortak çarpanı $\frac{1}{2}$ olan geometrik dizinin,

a) Genel terimi

b) Beşinci terimi

kaçtır?

ÇÖZÜM

a) $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

$a_n = 48 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ olur.

b) $a_n = 48 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$a_5 = 48 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-1}$

$a_5 = 48 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$

$a_5 = 48 \cdot \frac{1}{16}$

$a_5 = 3$

ÖRNEK

(a_n) bir geometrik dizi,

$a_1 = \frac{2}{3}$

$a_2 = 2$ dir.

Buna göre, a_4 kaçtır?

ÇÖZÜM

$a_2 = a_1 \cdot r$

$2 = \frac{2}{3} \cdot r$

$r = \frac{2}{\frac{2}{3}} = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3$

$a_4 = a_1 \cdot r^3$

$a_4 = \frac{2}{3} \cdot 3^3 = \frac{2}{3} \cdot 27 = 18$ olur.

ÖRNEK

(a_n) pozitif terimli geometrik dizi,

$\frac{a_4}{a_5} = \frac{1}{3}$ ve

$a_2 + a_5 = 168$

olduğuna göre, dizinin birinci terimi kaçtır?

ÇÖZÜM

$\frac{a_4}{a_5} = \frac{a_1 \cdot r^3}{a_1 \cdot r^4} = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{r} = \frac{1}{3}$

$r = 3$

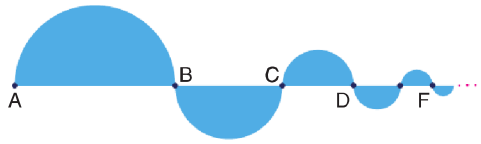
$a_2 + a_5 = 168 \Rightarrow a_1 \cdot r + a_1 \cdot r^4 = 168$

$a_1 \cdot 3 + a_1 \cdot 3^4 = 168$

$84 \cdot a_1 = 168$

$a_1 = 2$

ÖRNEK



Her birinin çapı bir öncekinin $\frac{2}{3}$'ü kadar olan yarım daireler verilmiştir.

[AB] çaplı yarım dairenin alanı $9^8 \cdot \pi$ br^2 dir.

Buna göre, baştan sekizinci yarım dairenin alanı kaç π br^2 dir?

ÇÖZÜM

Yarım dairelerin yarı çapları oranı $\frac{2}{3}$ ise, alanları oranı $\frac{4}{9}$ olur. Yani her bir yarım dairenin alanı bir öncekinin $\frac{4}{9}$'u kadardır. Bu da ilk terimi $9^8 \cdot \pi$ ve ortak çarpanı $\frac{4}{9}$ olan bir geometrik dizidir.

$a_n = 9^8 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{n-1}$ olur.

$$a_8 = 9^8 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^7$$
$$= 9^8 \cdot \frac{4^7}{9^7}$$
$$= 9 \cdot 2^{14}$$

Baştan sekizinci yarım dairenin alanı $9 \cdot 2^{14} \cdot \pi$ br^2 olur.

YANINDA BULUNSUN

n ve $p \in \mathbb{N}^+$ ve $n > p$ olmak üzere,

(a_n) geometrik dizisi için,

$a_n = a_p \cdot r^{n-p}$ olur.

Buradan hareketle

$\frac{a_n}{a_p} = r^{n-p}$ ve

$r = \sqrt[n-p]{\frac{a_n}{a_p}}$ olur.

ÖRNEK

(a_n) pozitif terimli bir geometrik dizi olmak üzere,

$a_3 = 3$

$a_7 = 48$ dir.

Buna göre, dizinin ortak çarpanı kaçtır?

ÇÖZÜM

$a_3 = a_1 \cdot r^2 = 3$

$a_7 = a_1 \cdot r^6 = 48$ ise

$$\frac{a_3}{a_7} = \frac{a_1 \cdot r^2}{a_1 \cdot r^6} = \frac{3}{48} \Rightarrow \frac{1}{r^4} = \frac{1}{16}$$
$$r^4 = 16$$
$$r = \pm 2 \text{ olur.}$$

Ancak dizi pozitif terimli olduğu için $r = 2$ olur.

Veya özelliğe göre,

$$r = \sqrt[n-p]{\frac{a_n}{a_p}} = \sqrt[7-3]{\frac{a_7}{a_3}} = \sqrt[4]{16} = 2 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

(a_n) pozitif terimli bir geometrik dizi olmak üzere,

$a_8 = \log_5 32$

$a_5 = \log_5 2$ dir.

Buna göre, dizinin ortak çarpanı kaçtır?

ÇÖZÜM

$a_8 = a_5 \cdot r^3$ olur. $\Rightarrow \log_5 32 = \log_5 2 \cdot r^3$

$$\log_5 2^5 = \log_5 2 \cdot r^3$$
$$5 \cdot \log_5 2 = \log_5 2 \cdot r^3$$
$$5 = r^3$$
$$r = \sqrt[3]{5} \text{ olur.}$$

Ayrıca,

$a_8 = a_1 \cdot r^7$ ve $a_5 = a_1 \cdot r^4$ ise

$$\frac{a_8}{a_5} = \frac{a_1 \cdot \overset{r^3}{\cancel{r^7}}}{a_1 \cdot \cancel{r^4}} = \frac{\log_5 32}{\log_5 2} \Rightarrow r^3 = \frac{\log_5 2^5}{\log_5 2} = \frac{5 \cdot \log_5 2}{\log_5 2} = 5$$

$r = \sqrt[3]{5}$ olur.

ÖRNEK

$\frac{2}{3}$ sayısı ile 162 sayısının arasına bu sayılar ile birlikte geometrik dizi oluşturacak şekilde dört terim yerleştiriliyor.

Buna göre, oluşan dizinin üçüncü terimi kaçtır?

ÇÖZÜM

Terim yerleştirme işleminden sonra oluşan dizi

$\frac{2}{3}, \cdot, \cdot, \cdot, \cdot, 162$ şeklinde olur.

$\downarrow \qquad \downarrow$

$a_1 \qquad a_6$

$a_6 = a_1 \cdot r^5 \Rightarrow 162 = \frac{2}{3} \cdot r^5$

$162 \cdot 3 = 2 \cdot r^5$

$81 \cdot 3 = r^5$

$3^5 = r^5$

$r = 3$ olur.

Oluşan dizinin üçüncü terimi,

$a_3 = a_1 \cdot r^2 \Rightarrow a_3 = \frac{2}{3} \cdot 3^2$

$= 6$ olur.

YANINDA BULUNSUN

(a_n) geometrik dizisinde her terim kendisinden eşit uzaklıktaki terimlerin geometrik ortasıdır.

$a_n = \sqrt{a_{n-p} \cdot a_{n+p}}$ veya $a_n^2 = a_{n-p} \cdot a_{n+p}$

Kısaca,

$a_{11} = \sqrt{a_3 \cdot a_{19}}$, $a_{11}^2 = a_3 \cdot a_{19}$

$a_{11} = \sqrt{a_8 \cdot a_{14}}$, $a_{11}^2 = a_8 \cdot a_{14}$

$a_5 = \sqrt{a_1 \cdot a_9}$, $a_5^2 = a_1 \cdot a_9$

$a_5 = \sqrt{a_4 \cdot a_6}$, $a_5^2 = a_4 \cdot a_6$

Bu özellikten hareketle,

$a_{n-k} \cdot a_{n+k} = a_{n-p} \cdot a_{n+p} = a_{n-3} \cdot a_{n+3} = \cdots$

sonucuna da ulaşılır.

Yani;

$a_3 \cdot a_{11} = a_5 \cdot a_9 = a_1 \cdot a_{13} = a_8 \cdot a_6 = a_4 \cdot a_{10}$ olur.

ÖRNEK

(a_n) geometrik bir dizi olmak üzere,

$a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \cdot a_8 = 216$ dır.

Buna göre, $a_2 \cdot a_9$ çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

$a_3 \cdot a_8 = a_4 \cdot a_7 = a_5 \cdot a_6 = a_2 \cdot a_9 = x$

$a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \cdot a_8 = 216$

$x \cdot x \cdot x = 216$

$x^3 = 216$

$x = 6$ olur.

ÖRNEK

(a_n) geometrik bir dizi olmak üzere,

(a_n) dizisinin ilk 5 terim çarpımı 1024'tür.

Buna göre, a_3 kaçtır?

ÇÖZÜM

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 = 1024$

$a_3 = \sqrt{a_1 \cdot a_5} = \sqrt{a_2 \cdot a_4} \Rightarrow a_3^2 = a_1 \cdot a_5 = a_2 \cdot a_4$

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 = 1024$

$a_3^2 \cdot a_3^2 \cdot a_3 = 1024$

$a_3^5 = 1024$

$a_3^5 = 2^{10}$

$a_3 = 4$ bulunur.

ÖRNEK

(a_n) geometrik bir dizi olmak üzere,

$a_n \cdot a_{n+2} \cdot a_{n+4} = 8^{2n-3}$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, dizinin beşinci terimi kaçtır?

ÇÖZÜM

$a_n \cdot a_{n+2} \cdot a_{n+4} = 8^{2n-3}$

$a_{(n+2)}{}^2 \cdot a_{n+2} = 8^{2n-3}$

$a_{(n+2)}{}^3 = 8^{2n-3}$

$a_{(n+2)} = 2^{2n-3}$ olur.

n = 3 alırsak $\Rightarrow$ $a_{(3+2)} = 2^{2\cdot 3-3}$

$a_5 = 2^3$

$a_5 = 8$ bulunur.

ÖRNEK

(a_n) sonlu dizisi, geometrik bir dizi olmak üzere,

- ortak çarpanı $\sqrt{2}$ dir,
- dizi 12 elemanlıdır.

Buna göre, dizinin çift indisli terimlerinin çarpımının tek indisli terimlerinin çarpımına oranı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\frac{a_2 \cdot a_4 \cdot a_6 \cdot a_8 \cdot a_{10} \cdot a_{12}}{a_1 \cdot a_3 \cdot a_5 \cdot a_7 \cdot a_9 \cdot a_{11}} = \frac{(\quad)\cdot(\quad)\cdot a_6 \cdot a_{12}}{(\quad)\cdot(\quad)\cdot a_5 \cdot a_7}$$

$$= \frac{a_6 \cdot a_{12}}{\underbrace{a_5 \cdot a_7}_{a_6{}^2}}$$

$$= \frac{\cdot a_{12}}{a_6}$$

$$= \frac{a_{12}}{a_6}$$

$$= \frac{a_1 \cdot r^{11}}{a_1 \cdot r^5}$$

$= r^6$ olur.

$= (\sqrt{2})^6 = 8$ olur.

II. yol

$$\frac{a_2 \cdot a_4 \cdot a_6 \cdot a_8 \cdot a_{10} \cdot a_{12}}{a_1 \cdot a_3 \cdot a_5 \cdot a_7 \cdot a_9 \cdot a_{11}} = \frac{a_2}{a_1} \cdot \square\cdot\square\cdot\square\cdot\square\cdot\square\cdot\square$$

$= r \cdot r \cdot r \cdot r \cdot r \cdot r$

$= r^6 = (\sqrt{2})^6 = 8$ olur.

YANINDA BULUNSUN

(a_n) geometrik dizisi için ilk n terim toplamı,

$S_n = a_1 + a_1 \cdot r + a_1 \cdot r^2 + a_1 \cdot r^3 + \cdots + a_1 \cdot r^{n-1}$

$S_n = a_1 \cdot (1 + r + r^2 + r^3 + \cdots + r^{n-1})$

$S_n = a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1} = a_1 \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r}$ olur.

ÖRNEK

(a_n) sonlu geometrik dizi olmak üzere,

$(a_n) = (3, 6, \cdots, x)$

(a_n) dizisinin terimleri toplamı 765'dir.

Buna göre, x kaçtır?

ÇÖZÜM

x dizinin n. terimi olsun.

$a_1 = 3$ ve $r = 2$'dir.

$3 + 3\cdot 2 + 3\cdot 2^2 + 3\cdot 2^3 + \cdots + 3\cdot 2^{n-1} = 765$

$3 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1} = 765$

$2^n - 1 = 255$

$2^n = 256$

$n = 8$ olur.

$x = 3\cdot 2^{n-1} = 3\cdot 2^7 = 384$ bulunur.

ÖRNEK

(a_n) pozitif terimli bir geometrik dizidir.

(a_n) dizisinin ilk sekiz terim toplamının ilk dört terimi toplamına oranı 82'dir.

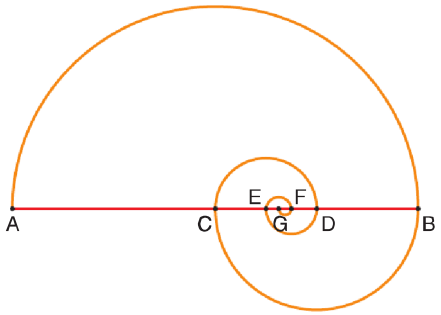
Buna göre, dizinin ortak çarpanı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\frac{S_8}{S_4} = \frac{\cdot\frac{r^8 - 1}{\cdot}}{\cdot} = \frac{r^8 - 1}{r^4 - 1} = \frac{(\quad)\cdot(r^4 + 1)}{(\quad)} = r^4 + 1$$

$82 = r^4 + 1 \Rightarrow r^4 = 81 \Rightarrow r = 3$ olur.

ÖRNEK



$|AB| = 64$ br

A'dan başlayıp B'ye ulaşan dairesel hareketten sonraki her adımda bir önceki yarım dairenin merkezine doğru devam eden dairesel hareketler G noktasında son bulmaktadır.

Buna göre, oluşan yayların toplam uzunluğu kaç birimdir?

ÇÖZÜM

$|\widehat{AB}| = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{2} = \frac{\cdot \pi \cdot 32}{} = 32\pi$

$|\widehat{BC}| = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{2} = \frac{\cdot \pi \cdot 16}{} = 16\pi$

Görüldüğü gibi ardışık yay uzunlukları ilk terimi 32π olan ve ortak çarpanı $\frac{1}{2}$ olan geometrik bir dizi oluşturur.

Buna göre,

$S_6 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$

$= a_1 \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r}$

$= 32\pi \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = 32\pi \cdot \frac{\frac{63}{64}}{\frac{1}{2}} = \pi \cdot \frac{63}{1}$

$= 63\pi$ birimdir.

ÖRNEK

(a_n) geometrik bir dizi olmak üzere,

$a_1 = x$

$a_n = y$

dizinin ortak çarpanı $\frac{1}{2}$ dir.

Buna göre, dizinin ilk n terim toplamının x ve y cinsinden eşiti nedir?

ÇÖZÜM

$a_1 = x$

$a_n = y \Rightarrow a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

$y = x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ olur.

$S_n = a_1 \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r}$

$= x \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}}$

$= \frac{x - x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n}{\frac{1}{2}}$

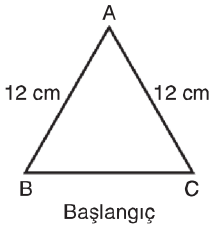
$= \frac{x - x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}$

$= \frac{x - y \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}$

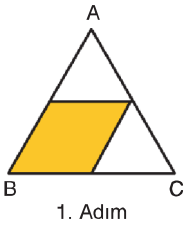
$= 2x - y$ olur.

ÖRNEK

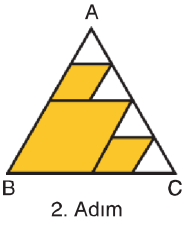
ABC eşkenar üçgeninin bir kenarının uzunluğu 12 cm'dir. İlk adımda kenarların orta noktaları ve üçgenin bir köşesi ile eşkenar dörtgen oluşturuluyor. Aynı işlem geriye kalan eşkenar üçgenlere uyarlanıyor. İlk üç adım aşağıda gösterilmiştir.



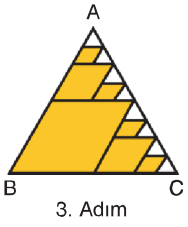
Başlangıç



1. Adım



2. Adım

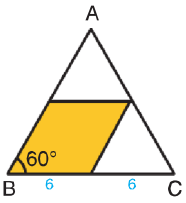


3. Adım

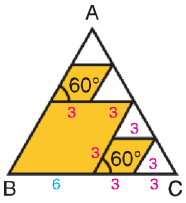
Bu işlem sürekli devam ettirilirse 5. Adımdaki eşkenar üçgenin içerisinde oluşan tüm eşkenar dörtgenlerin alanları toplamı $\frac{a \cdot \sqrt{3}}{8}$ cm^2 olmaktadır.

Buna göre, a kaçtır?

ÇÖZÜM



1. Adım



2. Adım

1. Adımdaki eşkenar dörtgenin alanı,

$6 \cdot 6 \cdot \sin 60°$

$36 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}\ cm^2$

2. Adımda bu taralı alana iki tane bir kenarı 3 cm olan eşkenar dörtgenin alanı,

$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \sin 60°$

$/ \cdot 9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{/} = 9\sqrt{3}\ cm^2$ eklenecektir.

Meydana gelen dizi geometrik dizi olduğundan,

$\overset{a_1}{18\sqrt{\ }}, \overset{a_2}{9\sqrt{\ }}, \ldots$

Ortak çarpanı, $d = \frac{9/}{/} = \frac{1}{2}$ olur.

Dizinin ilk 5 terim toplamı,

$$18\sqrt{\ } \cdot \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^5 - 1}{\frac{1}{2} - 1} = {}^{a}/\sqrt{\ } \cdot \frac{31}{8}$$

$$= \frac{279\sqrt{\ }}{8} \text{ olup}$$

$a = 279$'dur.

YANINDA BULUNSUN

Bir dizi hem aritmetik hem de geometrik bir dizi ise bu dizi sabit dizidir.

ÖRNEK

a ve x birer gerçek sayıdır.

$a + 1,\ 2a - 1,\ 5 - x$ terimleri hem aritmetik hem de geometrik bir dizinin terimleridir.

Buna göre, x kaçtır?

ÇÖZÜM

$a + 1,\ 2a - 1,\ 5 - x$

terimleri hem aritmetik hem de gometrik bir dizinin terimleri ise tüm terimler birbirine eşittir.

$a + 1 = 2a - 1$

$a = 2$ olur.

Bu durumda, dizi her terimi 3 olan sabit bir dizi olacaktır.

$5 - x = 3$

$x = 2$ bulunur.

ÖRNEK

Bir dizi hem aritmetik dizi, hem de geometrik dizi ise bu dizi sabit dizidir.

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$(a + 3), (a \cdot b), (2b + 1)$ sayıları sırasıyla hem aritmetik hem de geometrik dizi oluşturmaktadır.

Buna göre, b sayısının alacağı değerler toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$(a + 3),\ (a \cdot b),\ (2b + 1)$ sabit bir dizi ise,

$a + 3 = a \cdot b = 2b + 1$ olmalıdır.

$a + 3 = 2b + 1$

$a = 2b - 2$ olur.

$a \cdot b = 2b + 1$

$(2b - 2) \cdot b = 2b + 1$

$2b^2 - 2b = 2b + 1$

$2b^2 - 4b - 1 = 0$ olup

b'nin alacağı değerler toplamı,

$b_1 + b_2 = \frac{4}{2} = 2$ olur.

1. (a_n) bir geometrik dizi olmak üzere,

$\frac{a_7}{a_{10}} = \frac{1}{27}$

$a_5 + a_7 = 180$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, a_3 kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 6 D) 18 E) 21

2. Pozitif terimli bir (a_n) geometirik dizisi için,

- $2 \cdot a_3 + 126 = a_5$
- $a_7 = 9 \cdot a_5$

olduğuna göre, a_4 değeri kaçtır?

A) 48 B) 54 C) 96 D) 108 E) 162

3. (a_n) bir geometrik dizidir.

$(a_n) = (a_1, a_2, a_3, a_4, \cdots)$

olmak üzere,

I. $(a_3, a_6, a_9, a_{12}, a_{15})$

II. $(a_2, a_4, a_8, a_{16}, a_{32})$

III. $(a_1 \cdot a_2, a_2 \cdot a_3, a_3 \cdot a_4, a_4 \cdot a_5, a_5 \cdot a_6)$

ifadelerinden hangileri sonlu bir geometrik diziyi ifade eder?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) I ve III E) II ve III

4. Bir geometrik dizide ilk 7 terim çarpımı 3^{14}'tür.

Buna göre, dizinin dördüncü terimi kaçtır?

A) $\sqrt{3}$ B) 1 C) 3 D) 9 E) 27

AÇILMATEMATİK

5. 72 metre yükseklikten bırakılan bir top her yere çarpışta düştüğü yüksekliğin $\frac{2}{3}$'ü kadar yüksekliğe zıplamaktadır.

Buna göre, kaçıncı zıplamasında ilk kez 5 metreden daha az bir yüksekliğe zıplar?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. (a_n) terimleri birbirinden farklı geometrik bir dizidir.

$a_5 = a_3 \cdot a_{17}$

olduğuna göre, $a_k = 1$ şartını sağlayan k sayısı kaçtır?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

7. $(\log_3 5, a, b, c, \log_5 81)$

dizisi pozitif terimli sonlu bir geometrik dizidir.

Buna göre, $\frac{a \cdot c}{b}$ oranı kaçtır?

A) 4 B) 2 C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt[3]{2}$ E) 1

8. Art arda zıplayan bir çekirge her zıplayışta,

- Bir önceki zıplamadan aldığı yatay mesafenin $\frac{2}{3}$'ü kadar uzağa,
- Bir önceki zıplamada çıktığı yüksekliğin $\frac{3}{4}$'ü kadar yükseğe çıkmaktadır.

Çekirge ilk sıçramada 162 cm uzağa ve 48 cm yüksekliğe zıplamıştır.

Buna göre, çekirgenin dördüncü zıplamada aldığı yatay mesafenin çıktığı yüksekliğe oranı kaçtır?

A) $\frac{64}{27}$ B) $\frac{27}{64}$ C) $\frac{16}{9}$ D) $\frac{9}{16}$ E) $\frac{27}{16}$

9. (a_n) pozitif terimli bir geometrik dizi olmak üzere,

$a_3 = 4 \cdot \tan\theta$

$a_5 = 9 \cdot \cot\theta$ dır.

Buna göre, a_4 kaçtır?

A) $6\tan\theta$ B) $6\cot\theta$ C) 6 D) 4 E) 1

AÇIL MATEMATİK

10. (a_n) bir geometrik dizi olmak üzere,

$a_1 = 2$ ve

$a_4 = 54$ 'tür.

(a_n) dizisinin ilk n terim toplamı 728'dir.

Buna göre, n kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

11. $\frac{1}{81}$ ile 27 sayıları arasına bu sayılar ile birlikte geometrik dizi oluşturacak şekilde 13 terim yerleştiriliyor.

Buna göre, oluşan geometrik dizinin yedinci terimi kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C) 1 D) $\sqrt{3}$ E) 3

12. Geçmiş zamanda bir kişiyi ödüllendirmek isteyen kral, ödül olarak neyi istediğini sorar. Cevap olarak bir satranç tahtasında ilk kareye 1 pirinç, diğer kareye 2 ve takip eden tüm karelere bir önceki kareye konulan pirinç tanesinin 2 katı olacak şekilde prinç koyulmasını ve kendisine hediye edilmesini istemiştir.

Kral ilk başta küçümsese de gerçek anlaşılınca istenen pirinç miktarının ne o yılki ne de takip eden bir kaç yıllık hasat ile bile karşılanamayacağını görmüştür.

Buna göre, bir satranç tahtasında 64 kare olmak üzere istenen pirinç miktarı kaç tanedir?

A) $2^{63} - 1$ B) 2^{63} C) 2^{64} D) $2^{64} - 1$ E) 2^{65}

13. x, y, z ve t terimleri, pozitif terimli bir geometrik dizinin ardışık dört terimidir.

$$\frac{y \cdot t}{x^2 + z^2} = \frac{196}{197}$$

olduğuna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) $\sqrt{10}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{14}$ D) 4 E) $3\sqrt{2}$

14. $(x - 2)$, $(x + 2)$, $(x + 4)$ terimleri bir geometrik dizinin ilk üç terimidir.

Buna göre, bu dizinin altıncı terimi kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) -1 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

AÇILMATEMATİK

15. $x^2 + x + m = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 \neq 0$ ve $x_2 \neq 0$ olmak üzere,

$x_1, x_2, x_1 \cdot x_2$

ifadeleri sırasıyla geometrik bir dizinin ardışık üç terimidir.

Buna göre, m kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

16. (a_n) geometrik dizisinin ilk altı terim toplamı, ilk üç terimi toplamının 28 katıdır.

Buna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) -3 B) -2 C) 2 D) 3 E) 9

17. abc üç basamaklı bir sayıdır.

a, b ve c rakamları geometrik bir dizinin ardışık üç terimi olacak şekilde abc sayıları yazılıyor.

Buna göre, rastgele alınan bir abc sayısının rakamlarının farklı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{8}{17}$ B) $\frac{7}{16}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{4}{9}$

18. (a_n) bir geometrik dizidir.

$a_1 = x$

$a_n = y$

Bu dizinin ortak çarpanı 3'tür.

Buna göre, dizinin ilk n terimi toplamının x ve y cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3x - y}{2}$ B) $\frac{2x - 2y}{3}$ C) $\frac{3y - x}{2}$ D) $\frac{x - 3y}{2}$ E) $\frac{x + y}{2}$

19. $ax + by + c = 0$ doğru denkleminde a, b, c katsayıları sıfırdan ve birbirinden farklı olup bir geometrik dizinin ardışık üç terimidir.

Buna göre, $ax + by + c = 0$ doğrusunun eksenlerle oluşturduğu bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

A) $\frac{a^3}{2b^3}$ B) $\frac{a^3}{2c^3}$ C) $\frac{2a^3}{b^3}$ D) $\frac{c^3}{2a^3}$ E) $\frac{b^3}{2a^3}$

1. B	2. B	3. D	4. D	5. D	6. C	7. B
8. A	9. C	10. C	11. A	12. D	13. C	14. B
15. C	16. D	17. A	18. C	19. E		

1. x ve $y \in \mathbb{R}^+$

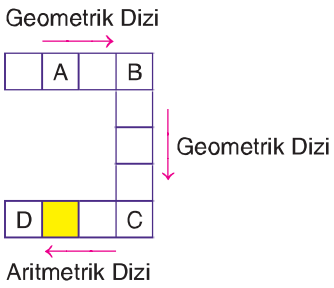
4 , x , y , 12 sayı dizisi için,

- İlk üç terimi bir geometrik dizinin ardışık terimleridir.
- Son üç terim bir aritmetik dizinin ardışık terimleridir.

Buna göre, x + y toplamı kaçtır?

A) 18 B) 15 C) 12 D) 11 E) 9

2.



Tabloda pozitif terimli iki geometrik dizi ve aritmetik dizi verilmiştir.

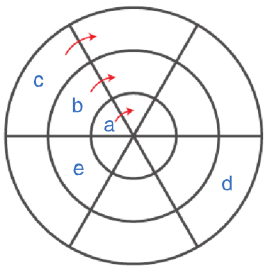
- B + C = A + 18
- C + D = 12
- 9A = 4B
- A = 4C

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, sarıya boyalı hücredeki sayı kaçtır?

A) 7 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

3.



Şekilde,

- a, b ve c sayıları bir geometrik dizinin ilk üç terimidir.
- Her halka sırasıyla ilk terimleri a, b, c olan ve ardışık terimleri saat yönünde yazılan birer sonlu aritmetik dizidir.
- Aritmetik dizilerin ortak farkları ve geometrik dizinin ortak katı birbirine eşittir.

Buna göre,

$a = d = 2$

olduğunda e sayısı kaç olabilir?

A) 5 B) $\frac{9}{2}$ C) 4 D) $\frac{7}{2}$ E) 3

4. $a + 2$, $a + 5$, $a^2 - 5a + 1$

bir aritmetik dizinin ilk üç terimi,

$b - 2$, $2b - 1$, $5b + 2$

bir geometik dizinin ilk üç terimi olarak veriliyor.

Buna göre, a + b toplamının <u>en büyük</u> değeri kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

5. **(a, b, c, d, e) ortak katı r olan pozitif terimli geometrik dizi olmak üzere,**

I. (loga, logb, logc, logd, loge) ortak farkı logr olan aritmetik dizidir.

II. (loga, logb, logc, logd, loge) ortak katı logr olan geometrik dizidir.

III. ($\log_a 10$, $\log_b 10$, $\log_c 10$, $\log_d 10$, $\log_e 10$) ortak farkı –logr olan aritmetik dizidir.

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) I ve III E) II ve III

6. Bir internet sağlayıcı firma, sağladığı internetin hızına göre fiyatları değişen paketler hazırlamıştır.

Paket	Hız	Fiyat
1. Paket		
2. Paket	6 mbs	
3. Paket		60 TL
4. Paket		
5. Paket	48 mbs	
6. Paket		90 TL

Tabloda bazı paketlerin fiyatları, bazı paketlerin ise internet hızları verilmiştir.

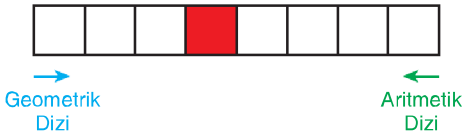
- Her bir paketin hızının, kendinden önceki paketin hızına oranı sabittir.
- Her bir paketin fiyatı, kendinden önceki paketin fiyatına sabit bir artma verilerek oluşturulmuştur.

Buna göre, 1. Paketi alan bir kişinin ödeyeceği fiyat ve kullanacağı internet hızı aşağıdakilerden hangisidir?

	Hız	Fiyat
A)	4 mbs	30 TL
B)	3 mbs	40 TL
C)	3 mbs	30 TL
D)	4 mbs	40 TL
E)	2 mbs	30 TL

7. A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

kümesinin elemanları, her bir eleman en fazla bir kez kullanılmak şartıyla,

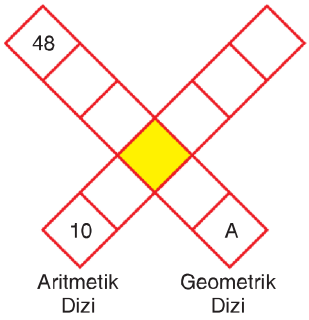


Sol baştan geometrik dizi ve sağ baştan aritmetik dizi olacak şekilde yerleştiriliyor. Boyalı hücre her iki dizinin ortak olan tek terimidir.

Buna göre, kullanılmayan eleman hangisidir?

A) 9 B) 8 C) 6 D) 5 E) 3

8. Aşağıdaki şekilde aritmetik dizi kutusu ile geometrik dizi kutusu birlikte verilmiş olup boyalı hücre her iki dizinin de elemanıdır.



Tüm kutular,

- Negatif sayı kullanılmayacak
- Sıfır sadece bir kez kullanılacak

şekilde olduğundan A sayısı kaç olur?

A) 6 B) 4 C) 3 D) 2 E) $\frac{3}{2}$

1. B	2. A	3. D	4. D	5. A	6. B	7. C	8. E

YANINDA BULUNSUN

$n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere,

$a_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \dfrac{n \cdot (n+1)}{2}$ olacak şekilde tanımlanan (a_n) dizisine **üçgensel sayı dizisi** denir.

Genel terimi,

$$a_n = \frac{n \cdot (n+1)}{2} \text{ olur.}$$

Buna göre,

$(a_n) = (1, 3, 6, 10, 15, 21, \cdots)$ olur.

ÖRNEK

Aşağıda ilk 4 adımı gösterilen bir örüntü verilmiştir.

I. Adım II. Adım III. Adım IV. Adım

Buna göre, bu örüntüdeki sekizinci ve dokuzuncu adımlarda kullanılan toplam nokta sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

Örüntüde kullanılan nokta sayıları üçgensel sayı dizisinin elemanlarıdır.

$a_1 = 1$

$a_2 = 1 + 2 = 3$

$a_3 = 1 + 2 + 3 = 6$ olur.

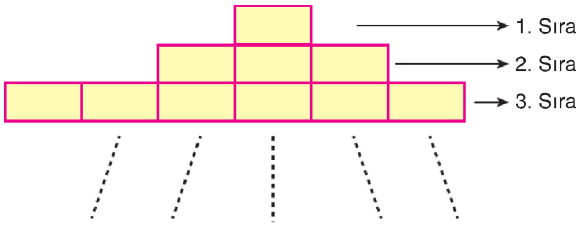
Buna göre,

$$a_8 + a_9 = \frac{8 \cdot 9}{2} + \frac{9 \cdot 10}{2} = 36 + 45 = 81 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

Biri biriyle eş büyüklükteki tahta parçalarıyla,

- İlk sırada 1 tahta parçası kullanılarak,
- Takip eden her sırada bir önceki sırada kullanılan tahta parçası adedinden sıra numarası kadar fazla parça kullanılarak aşağıdaki şekil elde ediliyor.



Örneğin; 3. sırada bir önceki sıraya 3 parça daha eklenerek 6 parça kullanılmıştır.

Buna göre, 20. sırada kaç parça kullanılmıştır?

ÇÖZÜM

1. sırada → 1

2. sırada → 1 + 2

3. sırada → 1 + 2 + 3 ve

⋮

20. sırada → 1 + 2 + 3 + ... + 20 parça kullanılacaktır.

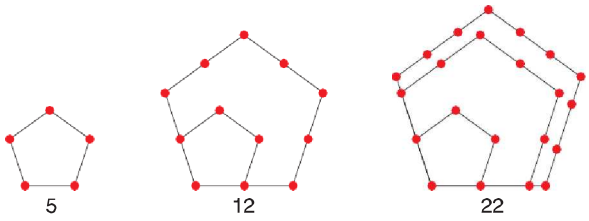
Dolayısıyla,

$$\frac{20 \cdot 21}{2} = 210$$

parça kullanılmıştır.

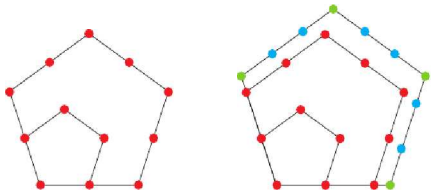
ÖRNEK

Aşağıda, ilk 3 beşgensel sayılar gösterilmiştir.



1. Beşgensel Sayı 2. Beşgensel Sayı 3. Beşgensel Sayı

Örneğin; 2. Beşgensel Sayı görselinde 12 nokta varken 3. Beşgensel sayıda 22 nokta vardır. Bu 10 noktalık fark,



olmak üzere, $3 \cdot 2 + 4 = 10$ olarak ifade edilir.

Buna göre, 21. Beşgensel Sayıda kaç tane nokta vardır?

ÇÖZÜM

Soruda anlatılan örnekten yola çıkarsak,

$3 \cdot 20 + 4 = 64$

nokta fazla olacaktır.

Bu durumda, 22. Beşgensel Sayıda,

$651 + 64 = 715$

nokta vardır.

YANINDA BULUNSUN

$n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere,

$a_n = n^2$ olacak şekilde tanımlanan (a_n) dizisine **karesel sayı dizisi** denir.

$(a_n) = (1, 4, 9, 16, \cdots)$ olur.

ÖRNEK

(a_n) karesel sayı dizisi olmak üzere,

I. $a_3 + a_4 = a_5$

II. $a_5 + a_6 = a_{11}$

III. $a_{n+1} - a_n$ tek sayıdır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

ÇÖZÜM

I. $3^2 + 4^2 = 5^2$ olduğundan $a_3 + a_4 = a_5$ olur. ✓

II. $5^2 + 6^2 \neq 11^2$ olduğundan $a_5 + a_6 \neq a_{11}$ olur. ✗

III. $a_{n+1} - a_n = (n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$ tek sayıdır. ✓

I ve III numaralı öncüller doğru olur.

ÖRNEK

(a_n) üçgensel sayı dizisi (b_n) karesel sayı dizisidir.

Buna göre, $a_{100} + a_{101}$ ifadesinin eşiti (b_n) dizisinin kaçıncı terimi olur?

ÇÖZÜM

$$a_n + a_{n+1} = \frac{n \cdot (n+1)}{2} + \frac{(n+1) \cdot (n+2)}{2}$$

$$= \frac{n+1}{2} \cdot (n + n + 2) = \frac{n+1}{2} \cdot (2n + 2) = (n+1)^2$$

$a_n + a_{n+1} = b_{n+1} \Rightarrow a_{100} + a_{101} = b_{101}$ olur.

YANINDA BULUNSUN

$a_1 = 1$, $a_2 = 1$ ve $\forall\, n \in \mathbb{N}^+$ için

$a_n + a_{n+1} = a_{n+2}$ şeklinde tanımlanan diziye **fibonacci dizisi** denir.

(a_n) fibonacci dizisi olmak üzere,

$(a_n) = (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 \cdots)$ şeklindedir.

ÖRNEK

$3x$, $5x - 1$, $7x + 6$ sayıları fibonacci dizisinin ardışık üç terimidir.

Buna göre, bu terimleri takip eden ilk terim kaçtır?

ÇÖZÜM

$3x + 5x - 1 = 7x + 6$

$8x - 1 = 7x + 6$

$x = 7$

Buna göre terimler 21, 34, 55 olacağından takip eden ilk terim

$34 + 55 = 89$ olur.

ÖRNEK

a, b ve c doğal sayıları için,

- Bir aritmetik dizinin ardışık üç terimidir.
- Fibonacci dizisinin ardışık üç terimidir.

bilgileri veriliyor.

Buna göre, $\frac{b}{a}$ oranı kaçtır?

ÇÖZÜM

Fibonacci dizisine göre $\Rightarrow a + b = c$

Aritmetik diziye göre $\Rightarrow a + c = 2b$

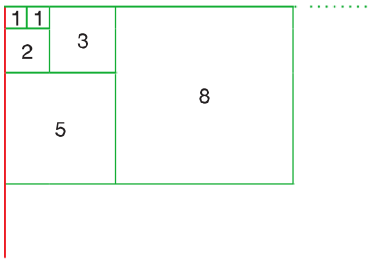
$a + a + b = 2b$

$2a + b = 2b \Rightarrow 2a = b$ olur.

a, b, c

a, 2a, 3a olacağından $\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{2a}{a} = 2$ olur.

ÖRNEK



- Çizilen ilk karenin kenar uzunlukları 1 birimdir.
- İlk iki kareden sonra çizilen her yeni karenin bir kenarı en son çizilmiş iki karenin birer kenarı ile ortaktır.

Buna göre, toplam 12 kare olacak şekilde devam ettirilirse kırmızı renk ile çizilen kenarın uzunluğu kaç birim olur?

ÇÖZÜM

1. kare varken 1

2. kare varken 1

3. kare varken 1 + 2

4. kare varken 1 + 2

5. kare varken 1 + 2 + 5

Buradan, 11 kare varken ki uzunlukla 12 kare varken ki uzunluğun aynı olduğu görülür.

İstenen,

1, 1 , 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144

Fibonacci dizisinin tek indisli terimleri toplamı olup,

$1 + 2 + 5 + 13 + 34 + 89 = 144$

bulunur.

ÖRNEK

(a_n) dizisi için,

- Herhangi ardışık üç terim toplamı birbirine eşittir.
- $a_2 + a_3 = a_7 = 3$

Buna göre, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{16}$ toplamının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

$a_1 + \searrow + \searrow = \searrow + \searrow + a_4 \Rightarrow a_1 = a_4$

$a_2 + \searrow + \searrow = \searrow + \searrow + a_5 \Rightarrow a_2 = a_5$

Benzer şekilde düşünülürse, $\Rightarrow a_3 = a_6$

Ayrıca $\Rightarrow a_1 = a_4 = a_7 = a_{10} \cdots$

$a_2 = a_5 = a_8 = a_{11} \cdots$

$a_3 = a_6 = a_9 = a_{12} \cdots$ olur.

$a_2 + a_3 = a_7 \Rightarrow a_2 + a_3 = a_1$

$\underbrace{a_1 + a_2 + a_3}_{6} + \underbrace{a_4 + a_5 + a_6}_{6} \cdots + \underbrace{a_{13} + a_{14} + a_{15}}_{6} + \underbrace{a_{16}}_{3} =$

$= 6 \cdot 5 + 3 = 33$ olur.

ÖRNEK

(a_n) sayı dizisi olmak üzere,

$\forall\, n \in \mathbb{N}^+$ için,

$$a_{n+1} = \frac{2 \cdot a_n + 1}{a_n - 2}$$

$a_1 = 3$ tür.

Buna göre, a_{2020} kaçtır?

ÇÖZÜM

$a_1 = 3$

$$a_2 = \frac{2 \cdot 3 + 1}{3 - 2} = \frac{7}{1} = 7$$

$$a_3 = \frac{2 \cdot 7 + 1}{7 - 2} = \frac{15}{5} = 3$$

$$a_4 = \frac{2 \cdot 3 + 1}{3 - 2} = \frac{7}{1} = 7$$

Buna göre $\Rightarrow a_1 = a_3 = a_5 = a_7 = \cdots = 3$

$a_2 = a_4 = a_6 = a_8 = \cdots = a_{2020} = 7$ olur.

YANINDA BULUNSUN

$\sum_{k=p}^{n} a_k$ ifadesine **toplam sembolü** denir.

$\sum_{k=p}^{n} a_k = a_p + a_{p+1} + \cdots + a_n$ olur.

ÖRNEK

$\sum_{k=1}^{3} (k^2 - k)$

ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$\sum_{k=1}^{3} (k^2 - k) = (1^2 - 1) + (2^2 - 2) + (3^2 - 3)$

$= 0 + 2 + 6$

$= 8$ olur.

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$f(x) = 2x - 3$

$x^2 - 3x - 7 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olmak üzere,

$\sum_{i=1}^{2} f(x_i)$

ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$x^2 - 3x - 7 = 0$

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \Rightarrow x_1 + x_2 = 3$

$\sum_{i=1}^{2} f(x_i) = f(x_1) + f(x_2)$

$= (2x_1 - 3) + (2x_2 - 3)$

$= 2 \cdot (x_1 + x_2) - 6$

$= 2 \cdot 3 - 6$

$= 0$ olur.

ÖRNEK

$\sum_{k=1}^{90} \cos^2(k^\circ)$

ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$\sum_{k=1}^{90} \cos^2(k^\circ)$

$= \cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cdots + \cos^2 88^\circ + \cos^2 89^\circ + \cos^2 90^\circ$

$= \cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cdots + \sin^2 2^\circ + \sin^2 1^\circ + 0$

$= \underbrace{1 + 1 + 1 + \cdots + 1}_{44 \text{ tane}} + \cos^2 45^\circ + 0$

$= 44 \cdot 1 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$= 44 + \frac{1}{2}$

$= 44{,}5$ bulunur.

ÖRNEK

$\sum_{n=2}^{4} \log_5(n+3) = A$

olduğuna göre,

$\sum_{n=1}^{2} \log_5(17n + 8)$

ifadesinin A türünden eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$\sum_{n=2}^{4} \log_5(n+3) = A$

$\log_5 5 + \log_5 6 + \log_5 7 = A$

$1 + \log_5 42 = A$

$\log_5 42 = A - 1$

$\sum_{n=1}^{2} \log_5(17n + 8) = \log_5 25 + \log_5 42$

$= 2 + A - 1$

$= A + 1$ olarak bulunur.

1. (a_n) bir üçgensel sayı dizisi, (b_n) bir karesel sayı dizisi olmak üzere,

$a_4 + b_3$ toplamının sonucu kaçtır?

A) 19 B) 22 C) 35 D) 38 E) 41

2. (a_n) karesel sayı dizisi olmak üzere,

$\forall\ k \in \mathbb{Z}^+$ için,

I. $a_{3k} + a_{4k} = a_{5k}$

II. $\frac{a_{k+2} - a_k}{4} \in \mathbb{Z}$

III. $a_k + a_{k+1} = a_{k+2}$

ifadelerinden hangileri daima doğru olur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) I ve III E) II ve III

3. $4x + 2,\quad 7x - 1,\quad 10x + 9$

sayıları fibonacci dizisinin ardışık üç terimidir.

Buna göre, fibonacci dizisinde bu terimleri takip eden ilk terim kaçtır?

A) 233 B) 144 C) 89 D) 55 E) 34

4. (a_n) dizisi için,

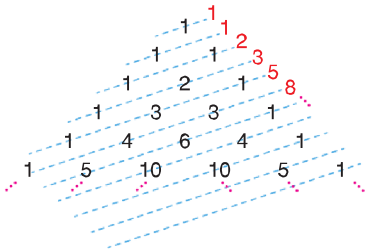
$a_1 = \frac{1}{3}$

$a_{n+1} = \frac{1 + a_n}{1 - a_n}$

olduğuna göre, a_{2020} kaçtır?

A) 2 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) -3

5. Bir öğrenci pascal üçgenini yazıp aşağıdaki gibi çizgiler çizerek, her çizginin geçtiği sayıların toplamını yazmaktadır.



Buna göre, bu öğrencinin çizdiği 11. çizginin ucuna yazacağı sayı kaçtır?

A) 18 B) 21 C) 34 D) 55 E) 89

6. (a_n) bir üçgensel sayı dizisi, (b_n) karesel sayı dizisidir.

Buna göre, $a_k + a_{k+1}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) b_{k-1} B) b_k C) b_{k+1} D) b_{k+2} E) b_{2k+1}

7. $(a_n) = (n^2 - 3n + 1)$

dizisi için,

$$A + \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{k=1}^{5} a_k + \sum_{k=4}^{10} a_k$$

eşitliğindeki A sayısı kaçtır?

A) 10 B) 13 C) 15 D) 16 E) 20

8. (a_n) karesel sayı dizisidir.

$$\frac{a_2 - 1}{a_2} \cdot \frac{a_3 - 1}{a_3} \cdot \frac{a_4 - 1}{a_4} \cdot \cdots \cdot \frac{a_{10} - 1}{a_{10}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) $\frac{11}{20}$ C) $\frac{21}{20}$ D) $\frac{11}{10}$ E) $\frac{21}{10}$

9. $\frac{1}{x \cdot (x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$ olmak üzere,

$$\sum_{k=1}^{20} \frac{3}{k \cdot (k+1)}$$

toplamının sonucu kaçtır?

A) $\frac{20}{21}$ B) $\frac{40}{21}$ C) $\frac{41}{21}$ D) $\frac{43}{21}$ E) $\frac{20}{7}$

10. (a_n) dizisi,

$\forall\ n \in \mathbb{N}^+$ için,

- $a_n + a_{n+2} = a_{n+1} + a_{n+3}$
- $a_2 + a_5 = a_3 + a_{12} = 6$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre,

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{16}$$

toplamının sonucu kaçtır?

A) 48 B) 56 C) 60 D) 64 E) 72

11. (a_n) fibonacci dizisi olmak üzere,

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \cdots + a_{20}^2$$

toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

A) $a_{20} \cdot a_{21}$ B) $a_{20} \cdot a_{22}$ C) $a_{19} \cdot a_{21}$ D) a_{21}^2 E) $a_{21} \cdot a_{22}$

1. A	2. C	3. B	4. D	5. E	6. C
7. D	8. B	9. E	10. A	11. A	

1. $a_n = \dfrac{32!}{2^n}$

şeklinde tanımlanan (a_n) dizisinin kaç terimi tam sayıdır?

A) 35 B) 31 C) 16 D) 8 E) 5

2. (a_n) ve (b_n) dizileri

$$a_n = \begin{cases} 2n+8 & , \text{ n tek ise} \\ n+10 & , \text{ n çift ise} \end{cases}$$

$$b_n = \begin{cases} 4n+4 & , \text{ n tek ise} \\ 5n-14 & , \text{ n çift ise} \end{cases}$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $a_k = b_k$ eşitliğini sağlayan k sayısı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. (a_n) dizisi için,

$a_1 = -17$,

$a_{n+2} - 2n = a_n + 1$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, a_{13} değeri kaçtır?

A) 59 B) 60 C) 61 D) 62 E) 63

4. Genel terimi $a_n = \dfrac{3n+14}{2n+1}$ olan

(a_n) dizisinin 2'den büyük kaç terimi vardır?

A) 17 B) 15 C) 11 D) 10 E) 8

5. $(a_n) = \log_2 n$

$$(b_n) = \begin{cases} 1 & , \ a_n \in \mathbb{Z} \\ 0 & , \ a_n \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

dizileri tanımlanıyor.

$M_n = b_1 b_2 b_3 \cdots b_n$

n basamaklı bir doğal sayı olmak üzere, elli basamaklı M_{50} doğal sayısı yazılıyor.

Buna göre, M_{50} doğal sayısının sondan kaç basamağı sıfırdır?

A) 19 B) 18 C) 17 D) 16 E) 15

6. $i^2 = -1$

$a_n = n + i^n$

şeklinde tanımlanan (a_n) dizisinin ilk 15 terim toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 121 B) 120 C) 119 D) 120 – i E) 120 + i

AÇILMATEMATİK

7. (a_n) bir aritmetik dizi,

$a_1 + a_8 = 16$

$a_3 + a_{10} = 24$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, a_6 kaçtır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

8. (a_n) bir geometrik dizi,

- $3 \cdot a_4 + 120 = a_7$
- $a_6 = 8 \cdot a_3$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, a_5 kaçtır?

A) 36 B) 48 C) 54 D) 96 E) 108

9. $f(x) = \sum_{n=1}^{x} (2n - 1)$

$g(x) = \sum_{k=1}^{x} \left(\frac{k}{2}\right)$

olduğuna göre, (g o f) (4) kaçtır?

A) 68 B) 64 C) 60 D) 56 E) 52

10. Doğal sayılardan oluşan bir (a_n) dizisinde, $\forall\, n \in \mathbb{N}^+$ için,

$a_1 = 3$,

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2} + 1 & , \ a_n \text{ çift ise} \\ 3 \cdot a_n + 1 & , \ a_n \text{ tek ise} \end{cases}$$

şeklinde tanımlanıyor.

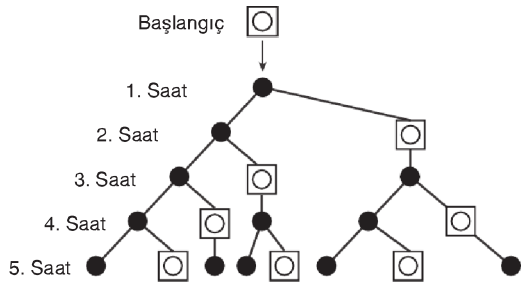
Buna göre, a_{117} değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 10 E) 12

11. Bir ortamda üretilmesi planlanan A bakterisi için,

- ◯ olgunlaşmamış yavru bakteri olup 1 sattte olgunlaşıp bölünmeye hazır hale gelir.
- ● olgunlaşmış bakteri olup her saat bölünen; böldüğünde kendisi kalıp, ayrılan parça her seferinde bir tane yavru bakteri olmaktadır.

Buna göre, ortama bırakılan yavru bakteri için,



üreme şekildeki gibidir.

(a_n), n. saatte ortamdaki bakteri sayısını gösteren dizi olmak üzere, a_{10} kaçtır?

A) 21 B) 34 C) 36 D) 55 E) 89

1. B	2. E	3. C	4. C	5. B	6. C
7. A	8. B	9. A	10. A	11. E	

1. (a_n) dizisi için,

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2} & , \ a_n \text{ çift ise} \\ 3 \cdot a_n + 5 & , \ a_n \text{ tek ise} \end{cases}$$

$a_1 = -3$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, bu dizinin ilk 63 terim toplamı kaçtır?

A) 211 B) 212 C) 215 D) 225 E) 231

2.

x	2	3	4	5	8
f(x)	3	4	7	1	2

Tabloda bazı x değerlerinin f fonksiyonu altındaki görüntüsü verilmiştir.

(a_n) bir dizi,

$a_1 = 3$

$a_{n+1} = f(a_n) + 1$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, a_{1082} kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 8

3. $$\sum_{k=3}^{n+4} 3 \cdot (k+1) = a \cdot n^2 + b \cdot n + c$$

toplamı veriliyor.

Buna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

A) 42 B) 45 C) 50 D) 53 E) 56

4. (a_n) aritmetik bir dizi olmak üzere,

$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{21} = 210$

$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{30} = 408$

olduğuna göre, a_{26} değeri kaçtır?

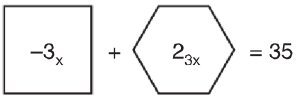
A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

5. n kenarlı düzgün çokgen içine yazılan a_r sayısı ilk terimi a ve ortak farklı r olan aritmetik dizinin n. terimini göstermektedir.

Örneğin;

ifadesi, ilk terimi 4 ve ortak farkı −2 olan aritmetik dizinin 5. terimini gösterir.

Buna göre,



eşitliğini sağlayan x kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 1 D) 2 E) 3

6. (b_n) geometrik dizisi için,

$b_4 \cdot b_5 \cdot b_6 \cdot \cdots \cdot b_{26} = 3^{92}$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, b_{15} değeri kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 9 D) 27 E) 81

7. (a_n) bir geometrik dizi olmak üzere,

$a_n \cdot a_{n+1} \cdot a_{n+2} = 8^{n+2}$

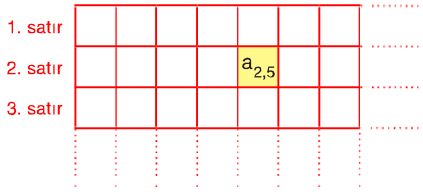
eşitliği veriliyor.

Buna göre, a_3 kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

8. Bir aritmetik dizi tablosunda,

- $a_{n,m}$ n. satırdaki aritmetik dizinin m. terimini göstermektedir.
- Her satırda oluşturulan aritmetik dizinin ilk terimi satır numarası ile, ortak farkı satır numarasının karesi ile orantılıdır.
- Her satır için kullanılan orantı sabiti aynıdır.



Örneğin; tabloda $a_{2,5}$ ile 2. satırda oluşturulan aritmetik dizinin 5. terimi boyanmıştır.

$a_{3,2} = 6$ olduğuna göre, $a_{4,3}$ ifadesi kaçtır?

A) 20 B) 18 C) 14 D) 12 E) 10

9. e doğal logaritma tabanı olmak üzere, pozitif terimli geometrik bir dizinin ardışık üç terimi,

$\ell n\, 16$, $\log_{125} x$ ve $\log_{512} e$

Buna göre, x kaçtır?

A) 5 B) 25 C) 50 D) 100 E) 125

10. (a_n) dizisi için,

- Herhangi ardışık dört terim toplamı birbirine eşittir.
- $a_1 + a_7 = 8$
- $a_6 + a_8 = -5$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, bu dizinin ilk 96 terim toplamı kaçtır?

A) 68 B) 72 C) 76 D) 80 E) 84

11. İlk terimi ortak farkına eşit olan bir aritmetik dizinin,

İlk dört terim toplamı t_1,

İkinci dört terim toplamı t_2,

Üçüncü dört terim toplamı t_3,

ve sırasıyla devam edildiğinde n. dört terim toplamı t_n'dir

$t_2 = 52$

olduğuna göre, t_7 kaçtır?

A) 222 B) 212 C) 202 D) 180 E) 144

ACİL MATEMATİK

1. A	2. D	3. B	4. B	5. D	6. E
7. D	8. B	9. B	10. B	11. B	

1. (a_n) sayı dizisi için,

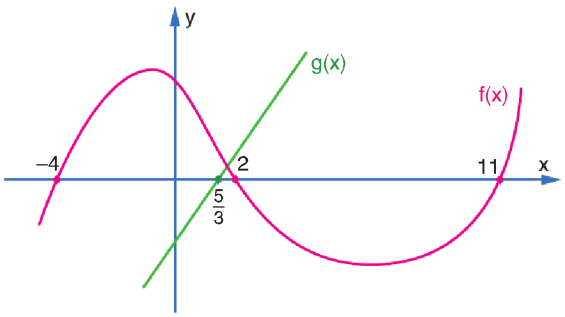
$a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$

ve dizinin ilk 63 terimi toplamı 20'dir.

Buna göre, a_{2018} kaçtır?

A) -10 B) -8 C) 8 D) 10 E) 18

2. Aşağıda, f(x) ve g(x) fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $a_n = \frac{f(n)}{g(n)}$ şeklinde tanımlanan (a_n) dizisinin kaç terimi negatiftir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

3. (a_n) bir dizidir.

$a_1 = 1,$

$a_2 = 1,$

$a_3 = -1$

$a_{n+3} = a_{n+2} \cdot a_n$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, bu dizinin ilk 100 terim toplamı kaçtır?

A) -16 B) -14 C) -12 D) -10 E) -8

4. Bir öğrenci hafta içi olan günlerde, bir önceki gün çözdüğü soru sayısının 10 fazlasını ve hafta sonu olan günlerde bir önceki gün çözdüğü soru sayısının 2 katı kadar soru çözmektedir.

Buna göre, 1 Haziran pazartesi günü 10 soru çözerek başlayan öğrenci, 19 Haziran cuma günü kaç soru çözmüştür?

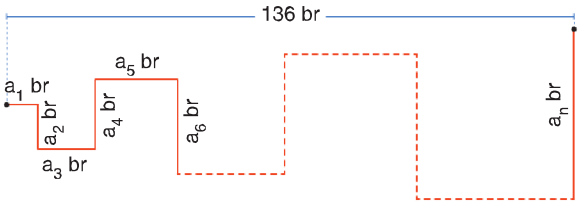
A) 950 B) 1000 C) 1050 D) 1100 E) 1150

5. (a_n) bir aritmetik dizi,

$a_3 = 7$

$a_8 = 17$ ve

Uzunlukları a_1 br, a_2 br, a_3 br, $\cdots$, a_n br olan



örüntü verilmiştir.

Buna göre, n kaçtır?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

6. $f(x) = x + 1$ fonksiyonu için,

$x_1 = 1,$

$x_2 = -2,$

$x_3 = 3$

olmak üzere,

$$\sum_{k=1}^{3} [f(k) \cdot (x_k + 1)]$$

toplamının değeri kaçtır?

A) 14 B) 16 C) 17 D) 20 E) 23

7. Terimleri rasyonel sayı olan sonlu bir geometrik dizide son iki terim toplamı ilk iki terim toplamının 64 katıdır.

Buna göre, bu dizinin eleman sayısı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

8. $(a_n) = (1 + 2 + 3 + \cdots + n)$

$(b_n) = an^2 + bn$

dizileri veriliyor.

$(a_n) = (b_n)$

olduğuna göre, a · b çarpımının sonucu kaçtır?

A) 4 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

9. p, q, r, s, t ve m terimleri, geometrik bir dizinin ardışık altı terimidir.

$$q \cdot r \cdot s + s \cdot t \cdot m = \frac{9}{2}(p \cdot r \cdot t + p \cdot q \cdot m)$$

olduğuna göre, $\frac{t}{r}$ oranı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. C(n, r) n'nin r'li kombinasyonunu ifade etmektedir.

$k \in \mathbb{N}^+$ ve $A_k = \{1, 2, 3, \cdots, k\}$ olmak üzere,

$f : A_k \to \mathbb{R}$

$f(n) = C(k, n)$ dir.

$(a_n) = f(n)$ şeklinde tanımlanan (a_n) sonlu dizisi için,

I. Her bir terimi bir önceki terimden büyüktür.

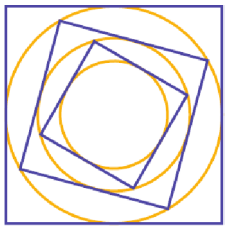
II. Dizinin terimleri toplamı $2^k - 1$dir.

III. Baştan ve sondan eşit uzaklıktaki terimler birbirine eşittir.

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

A) Yalnız II B) Yalnız III C) I ve II D) I ve III E) II ve III

11.



Şekilde kenar uzunluğu 8 br olan bir kare çiziliyor.

Çizilen kare içerisine çizilebilecek en büyük çember, çemberin içine çizilebilecek en büyük kare çizilerek örüntüye devam ediliyor.

Buna göre, baştan itibaren çizilen 8. karenin çevresi kaç birimdir?

A) $4\sqrt{2}$ B) 4 C) $2\sqrt{2}$ D) 2 E) $\sqrt{2}$

1. D	2. B	3. C	4. C	5. C	6. C
7. D	8. E	9. A	10. A	11. C	

1. Genel terimi,

$a_n = x \cdot n^2 + y \cdot n + z$

$b_n = \sum_{k=1}^{n} (2k + 3)$

olan (a_n) ve (b_n) dizileri veriliyor.

$(a_n) = (b_n)$ olduğuna göre, x + y – z işleminin sonucu kaçtır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 2

2. $(a_n) = (2, 7, 12, 17, \cdots, 2017)$

$(b_n) = (1, 7, 13, 19, \cdots, 2017)$

sonlu aritmetik dizileri verilmiştir.

Buna göre, her iki dizininde terimi olan, ortak terim kaç tanedir?

A) 70 B) 69 C) 68 D) 67 E) 65

3. (a_n) dizisi,

$a_1 = 2$ ve

$\forall\, n \in \mathbb{N}^+$ için,

$a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$

şeklinde veriliyor.

Buna göre,

I. $a_k + a_{k+3} = 0$

II. dizinin ilk 42 terimi toplamı sıfırdır.

III. $a_k = a_{k+6}$

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

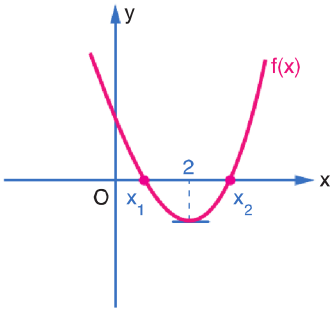
A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

4. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

(a_n) pozitif terimli bir geometrik dizi olmak üzere,

$f(x) = a_1 \cdot x^2 - a_3 \cdot x + a_2$

fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $x_1 \cdot x_2$ çarpımının değeri kaçtır?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) 4

5. (a_n) dizisi için,

$$a_n = \frac{1}{2^{1001-n}+1}$$

olduğuna göre, (a_n) dizisinin ilk 2001 terim toplamı kaçtır?

A) 1000 B) 1000,5 C) 1001 D) 1001,5 E) 2001

6. Üçüncü derecen başkatsayısı – 1 olan P(x) polinomu için,

$P(-2) = P(-3) = P(3) = 2$ dir.

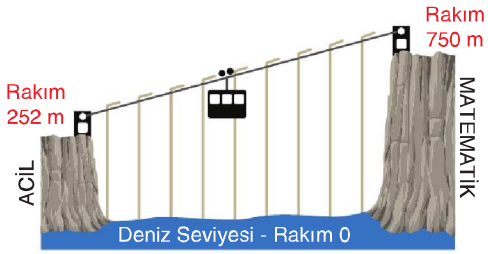
Buna göre, genel terimi,

$$a_n = \frac{P(n)}{n+1}$$

olan (a_n) dizisinin kaç terimi tam sayıdır?

A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

7.



Rakım: Bir kara parçasının en yüksek yerinin deniz seviyesinden yüksekliğini ifade eder.

Şekilde rakımı 252 m olan ACİL kara parçası ile rakımı 750 m olan MATEMATİK kara parçası arasında yapılması planlanan teleferik modellenmiştir.

- ACİL kara parçasındaki teleferik kulesi 4 m uzunluğundadır.
- MATEMATİK kara parçasındaki teleferik kulesi 6 m uzunluğundadır.

İki kara parçası arasına eşit aralıklarla 9 adet direk dikilecektir.

Buna göre, iki kara parçası arasındaki teleferik hattı doğrusal olmak üzere, dikilen dördüncü direğin uzunluğu kaç metredir?

A) 356 B) 382 C) 406 D) 442 E) 456

8. (a_n) sonlu dizi ve n, $k \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere,

- Tüm terimlerin toplamı 137'dir.
- $a_{n+k} = a_n + k$
- Dizi 98 terimlidir.

bilgileri veriliyor.

Buna göre, (a_n) dizisinin çift indisli terimlerinin toplamı kaçtır?

A) 66 B) 72 C) 85 D) 93 E) 98

9. (a_n) aritmetik dizi ve r aritmetik dizinin ortak farkıdır.

$(a_n) = (\log 3, a, b, c, \log 48)$

Buna göre, $\frac{a \cdot c + r^2}{b}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\log 6$ B) $\log 8$ C) $\log 9$ D) 1 E) $\log 12$

10. $(1, 1, 2, 3, 5, 8, ..., u_n, ...)$ fibonacci dizisi olup $\forall n > 2$ için $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ biçiminde ifade edilir.

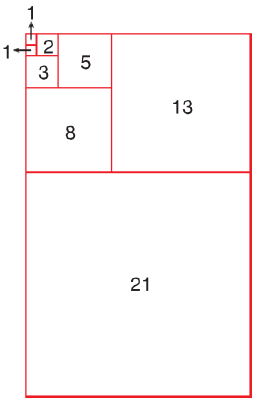
$u_1^2 = u_1 \cdot u_2$

$u_2^2 = u_2 \cdot (u_3 - u_1) = u_2 \cdot u_3 - u_2 \cdot u_1$

$u_3^2 = u_3 \cdot (u_4 - u_2) = u_3 \cdot u_4 - u_3 \cdot u_2$

$u_4^2 = u_4 \cdot (u_5 - u_3) = u_4 \cdot u_5 - u_4 \cdot u_3$

şeklinde yazılabilir.



Her bir kenar uzunluğu içerisinde verilen karelerden oluşan şekil, yandaki gibi devam ettirildiğinde görülen en büyük karenin kenar uzunluğu 55 birimdir.

Buna göre, şeklin toplam alanı kaç birimkare olur?

A) 55^2 B) $55 \cdot 89$ C) $55 \cdot 144$ D) $89 \cdot 144$ E) $89 \cdot 89$

1. C	2. C	3. E	4. C	5. B
6. E	7. E	8. D	9. E	10. B

1. Bir geometrik dizinin ilk n terim çarpımı M_n olarak tanımlanıyor.

$$\frac{M_6}{M_5} = 8$$

olduğuna göre, M_{11} değeri kaçtır?

A) 2^{30} B) 2^{31} C) 2^{32} D) 2^{33} E) 2^{34}

2. 15 kişilik bir sınıftaki öğrencilerin okul numaraları, terimleri toplamı 390 olan bir aritmetik dizi oluşturmaktadır.

Okul numarası en büyük olan öğrenci sınıftan ayrıldığında, kalan öğrencilerin okul numaralarının aritmetik ortalaması 25 oluyor.

Buna göre, sınıftaki en küçük okul numarası kaçtır?

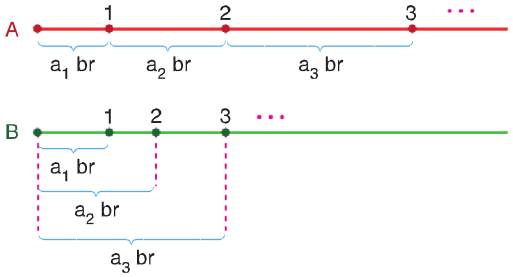
A) 12 B) 13 C) 22 D) 24 E) 40

3. abc üç basamaklı bir sayıdır.

Rastgele seçilen bir abc sayısının rakamlarının sırasıyla bir aritmetik dizinin ilk üç terimi olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{25}$ B) $\frac{1}{24}$ C) $\frac{1}{20}$ D) $\frac{1}{18}$ E) $\frac{1}{16}$

4. (a_n) ilk terimi 2 ve ortak farkı 3 olan aritmetik bir dizi olmak üzere dizinin ardışık terimleri



- Şekildeki gibi A çubuğuna başlangıçtan itibaren a_1 br uzaklığa 1, 1'den a_2 br uzaklığa 2, 2'den a_3 br uzaklığa 3 yazılarak ve ardışık terimler için aynı şekilde devam edilerek yerleştiriliyor.
- B çubuğuna ise, başlangıçtan itibaren a_1 br uzaklığa 1, a_2 br uzaklığa 2, a_3 br uzaklığa 3 yazılıyor ve ardışık terimler için aynı şekilde devam ediliyor.

Buna göre, yeterli uzaklıktaki iki çubuk başlangıç noktaları hizalandığında A çubuğundaki 7 sayısı B çubuğundaki hangi sayıya denk gelir?

A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27

5. B12 vitamini eksikliği görülen bir birey için vitamin takviyesi uygun görülmüş olup her ay 4 hafta olacak şekilde bir tedavi planlanmıştır.

- İlk ay haftada 4 doz ile başlanarak, ikinci ay haftada 2, üçüncü ay haftada 1, dördüncü ay 2 haftada bir ve son ay ayda 1 doz vitamin enjekte edilecektir.
- Enjekte edilecek 1 doz ilk ay 8 mg olup her ay 1 doz bir önceki aya göre yarıya düşecektir.

Buna göre, bu hasta tedavi sonunda toplamda kaç mg vitamin desteği almış olur?

A) 177,5 B) 172,5 C) 170,5 D) 170,25 E) 168,5

6. (a_n) ve (b_n) aritmetik diziler olmak üzere,

$$\frac{\sum_{k=1}^{n} a_n}{\sum_{k=1}^{n} b_n} = \frac{3n+1}{n+4}$$

olduğuna göre, $\frac{a_4}{b_4}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{9}{5}$ C) $\frac{13}{8}$ D) 3 E) 2

7. {1, 2, 3, · · · , 100} kümesinin elemanlarından herhangi beş tanesi kullanılarak bir geometrik dizi oluşturulmak isteniyor.

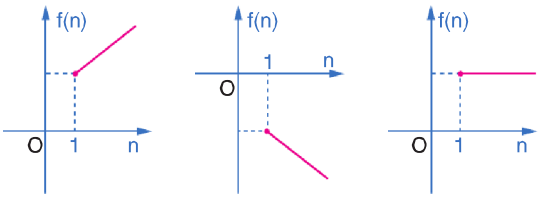
Buna göre, oluşturulabilecek bir geometrik dizinin en büyük terimi en çok kaç olur?

A) 32 B) 64 C) 81 D) 96 E) 98

8. (a_n) pozitif terimli bir geometrik dizi,

$f : \mathbb{N}^+ \to \mathbb{R}$

f(n) = log (a_n) fonksiyonunun grafiği



I. II. III.

grafiklerinden hangileri olabilir?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

9. (a_n) aritmetik dizisi için,

- Terimleri pozitif tam sayıdır.
- Terimlerinden biri 144'tür.
- Dizinin ortak farkı 13'tür.

Buna göre, (a_n) dizisinin en küçük tam kare olan iki teriminin toplamı kaçtır?

A) 50 B) 61 C) 82 D) 123 E) 145

10. f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$f(x) = 2x + k$

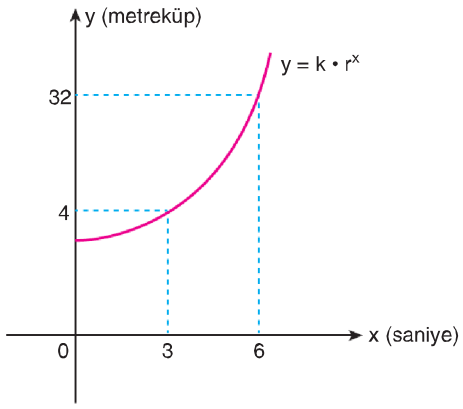
fonksiyonu için,

$f(2n + 1)$, $f(2n) + 1$, $2 \cdot f(n) + 1$ ifadeleri $\forall\, n \in \mathbb{Z}$ için bir aritmetik dizinin ardışık üç terimidir.

Buna göre, k değeri kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

11.



İlk kopan parçanın k metreküp olduğu bir çığ düşmesi olayında, çığın hacminin saniyelere göre değişimi yukarıdaki grafikteki gibidir.

Buna göre, 8. saniyede çığın hacmi kaç metreküp olur?

A) 1024 B) 512 C) 586 D) 256 E) 128

1. D	2. A	3. C	4. D	5. C	6. E
7. D	8. E	9. E	10. B	11. E	